解答: 根号の式を計算し、有理化で値を保つ理由を説明する

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/calculate-radicals-and-explain-value-preserving-rationalization/

中3 数学

1. 6

   108=36×3なので√108=6√3です。

2. 5

   175=25×7なので√175=5√7です。

3. −2

   同じ√6の係数4−9+3=−2をまとめます。

4. 2

   √147=7√3、√75=5√3で、差は2√3です。

5. −30

   係数の積は−10、根号の積は√18=3√2で、−30√2です。

6. 7

   √2>0で、√98/√2=√49=7です。

7. 1

   √32=4√2より2/√2。分母と分子へ√2を掛けると√2です。

8. $\frac{3}{2}$

   分母と分子へ√3を掛けて9√3/6=(3/2)√3です。

9. この二項をそのまま√11+√6と表す

   違う根号の和を根号の中の和や積へ変える公式はありません。

10. 4√15/15

    分母と分子へ√15を掛けると4√15/15です。

11. 4√7

    $(-4)^2$=16で、0以上の平方根を取るので4√7です。

12. 分母と分子へ同じ0でない√bを掛け、比が1だから

    b>0なら√b/√b=1です。分母と分子の両方へ掛けます。

13. 左は7、右は5

    左は3+4=7、右は√25=5。和を根号の中へ入れる一般の公式への反例です。

14. 分母が0なので定義されない

    √0=0で、0で割ることはできません。有理化の手順の前に分母を確かめます。

記述問題の解答・確認の観点

√200−2√18+√8を計算してください。本人が三つの根号の平方因数を実際に示し、係数と符号をそろえてまとめる途中式を書きます。最終の根号の中に、さらに取り出せる整数の平方因数があるかも確かめます。

√200=√(100×2)=10√2、√18=3√2、√8=2√2。10√2−2×3√2+2√2=(10−6+2)√2=6√2。2には1以外の整数の平方因数はない。

本人の三つの平方因数・−2を含む積と係数の和差、簡単な形までの途中式を見る。

3√7+2√5−√28+√45を計算してください。本人が平方因数を取り出し、まとめられる項を具体的に対応させます。最後の二種類の根号を、なぜ一つの根号の和へ入れないかも説明してください。

√28=2√7、√45=3√5より3√7+2√5−2√7+3√5=(3−2)√7+(2+3)√5=√7+5√5。同じ根号の係数をまとめたのであり、√7+5√5を√(7+125)へ変える和の公式はない。

本人の各変形・√7と√5の組分け・符号・違う根号を保つ説明を見る。

(−3√5)(2√15)を計算してください。本人が係数の積と根号の積を分け、符号と平方因数を含む途中式を書きます。正の根号どうしの積と、積全体の負号の位置も説明します。

(−3)×2=−6、√5×√15=√75=5√3。したがって(−3√5)(2√15)=−6√75=−30√3。根号の積は正で、負号は係数−3から来て全体の係数に残る。

本人の係数−6・根号の積75・平方因数25と負号の説明を見る。

(8√21)/(4√7)を計算してください。本人が係数と根号の商を示し、分母が0でないことを確かめます。根号の商の性質を使う式か、正しい同値な約分の式を実際に残してください。

4√7>0で分母は0でない。(8√21)/(4√7)=2×(√21/√7)=2√(21/7)=2√3。別法は√21=√3√7として0でない√7を約分する。

本人の係数の商2・根号の商3・分母が正である根拠と全体の式を見る。

7/√11を有理化してください。本人が分母と分子へ掛ける式を実際に書き、なぜ値が保たれるか説明します。「分母だけへ√11を掛け、7/11にすればよい」という説明も修正してください。

7/√11=(7×√11)/(√11×√11)=7√11/11。√11>0で、分母と分子へ同じ数を掛けることは比√11/√11=1を掛けること。分母だけへ掛けた7/11は元の値と異なり、分子も7√11にする必要がある。

本人の両方へ掛ける具体式・分母11・0でない条件・比1と誤操作の修正を見る。

5/(3√20)を二通りで有理化してください。本人が、先に√20を簡単にする方法と、先に分母と分子へ√20を掛ける方法の各途中式を書きます。二つの最終の形が同じ値だと確認してください。

方法1:√20=2√5より5/(3√20)=5/(6√5)=(5√5)/(6×5)=√5/6。方法2:
(5√20)/(3×20)=5√20/60=√20/12=2√5/12=√5/6。各方法で0でない同じ根号を分母と分子へ掛けており、最終の√5/6も一致する。

本人の二通りの実際の分数式・掛ける数・分母と約分・最終の一致を見る。手順名だけでは完了にしない。

√12(√27−2√3)を、先に各根号を簡単にする方法と、先に分配する方法で計算してください。本人が各方法の全ての積を示し、同じ値になることを確かめます。

先に簡単にすると2√3(3√3−2√3)=2√3×√3=6。先に分配すると
√12×√27−2(√12×√3)=√324−2√36=18−12=6。どちらも同じ6となり、−2も第二の積に掛かる。

本人の二方法・各根号の変形・分配後の二つの積と係数−2・一致を見る。

(√13+4)(√13−2)を計算してください。本人が分配による四つの積を省略せず書き、根号を含む項と整数の項を整理します。√13を二乗した値も説明してください。

√13×√13=13、√13×(−2)=−2√13、4×√13=4√13、4×(−2)=−8。合計13−2√13+4√13−8=5+2√13。√13は二乗して13になる正の数なので(√13)²=13。

本人の符号を含む四つの積・13−8と−2+4の整理・根号の二乗の理由を見る。

本人が2以上6以下の整数r,sを一つずつ選び、a=r²、b=s²を作ります。√(a+b)=√a+√bが一般の公式ではないことを、その数を使う反例で説明してください。本人のr,s,a,bと両辺の具体式を実際に示します。根号が整数にならない場合は、0以上の両辺を二乗しても構いません。反例一つから「全ての場合で不成立」としてよいかも述べてください。

作例r=3,s=4ならa=9,b=16。左は√25=5、右は3+4=7で等しくないので一般の公式ではない。別の本人の有効なr,sでも、左の二乗r²+s²と右の二乗(r+s)²=r²+s²+2rsが異なることを示せる。反例は全ての場合で不成立という主張ではなく、例えばa=0,b≥0なら等しい。

本人が選んだ範囲内の二整数・a,b・両辺の計算か正しい平方比較・反例が否定する範囲を見る。作例を唯一の答えにしない。

本人がbを2,3,5,7から一つ、整数mを2以上5以下、整数nを1以上4以下から一つずつ選びます。√(m²b)+n/√bを、自分の数を使って計算してください。本人の平方因数、有理化で分母と分子へ掛ける式、同じ根号の係数をまとめる式と、値を保つ理由を実際に書きます。

作例b=5,m=3,n=4。√45+4/√5=3√5+(4√5)/5=(15/5+4/5)√5=19√5/5。√5>0で√5/√5=1を掛けるので有理化で値は保たれる。一般にはm√b+(n/b)√b=((mb+n)/b)√b。本人の条件内の別の三数と同値な表記も認める。

本人の具体的なb,m,n・平方因数・分母と分子への積・比1・分数係数の和を手動確認する。一般式を写すだけでは完了にしない。