解答: 全ての解を場面の条件と単位へ戻して確かめる

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/check-every-quadratic-root-against-context-and-units/

中3 数学

1. 5

   −8では辺−8,−5となり正の長さではありません。5では辺5,8、積40なので短い辺5cmです。

2. 1

   1は0<x<5に入り、中央の辺12,8で面積96。11は上限を越すので採用しません。

3. 0秒

   このモデルの範囲は0を含み、t=0でA=0です。0秒を捨てません。

4. 小さい方の値 = 3 / 大きい方の値 = 7

   両方とも0<x<10で、$3^2+7^2=58$です。APは3cmまたは7cmです。

5. 6

   0は端点Aを表すので条件外。6は内側にあり、Qとの距離は$|6-3|=3$cmです。

6. 小さい方の値 = 0 / 大きい方の値 = 12

   両端を含むのでP=Aの0cmとP=Bの12cmの両方が適します。どちらも積0です。

7. 1

   x=1では辺1,7で正の整数。x=3.5では辺3.5,2で面積は7でも幅が整数cmではありません。

8. 方程式の解だが、正の辺という場面の条件には合わない

   方程式を満たすことと、正の長さの条件に合うことは別に確かめます。

9. 4cmと6cm

   4では底12、高さ4で48。6では底8、高さ6で48。両方とも条件内なので両方を残します。

10. 2

    2も8も式の値は16ですが、適用範囲$0 \leqq t \leqq 5$に入るのは2秒だけです。

11. $6\sqrt{2}$cm

    辺は正なので$6\sqrt{2}$cm。小数の8.49は近似値で、正確な値と等号では結びません。

12. 0

    $(-8)^2+3\times(-8)-40=64-24-40=0$です。場面で使えなくても方程式の解である場合があります。

13. 9

    問われた長い辺はx+3なので6+3=9cmです。

14. 12

    速い方はx+4なので12km/hです。元の時間は24/8=3時間、24/12=2時間で差1時間です。

記述問題の解答・確認の観点

短い辺xcm、長い辺(x+4)cmの長方形の面積が77cm²です。x(x+4)=77の全ての解は7,−11です。本人が二候補について、二辺・元の積・正の条件・採用するかと理由を自分の表へ実際に書きます。最後に長い辺の長さを答え、−11が方程式の解であることと場面で使えることを分けて説明してください。

本人の表でx=7は辺7,11cm、7×11=77cm²、二辺とも正なので採用。x=−11は辺−11,−7、積は77でも辺が負なので不採用。−11も元の等式を満たす方程式の解であり、計算ミスだと決め付けない。問われた長い辺は7+4=11cm。

本人の両候補の実際の表、二つの積、負の辺を除く理由、方程式と場面の区別、長い辺11cmへの対応を見る。

縦18cm・横12cmの長方形の四辺すべての内側に同じ正の幅xcmの道を作り、中央に正の二辺を持つ長方形を残します。中央の面積は160cm²で、(18−2x)(12−2x)=160の全ての解は1,14です。本人が二候補で中央の二辺と積を計算し、自分の条件表へ採否と理由を書きます。「どちらも正の解だからよい」という説明を直してください。

道の幅と中央の両辺が正なので0<x<6。x=1では中央16cm,10cm、積160で条件内。x=14では中央−10,−16、積160でも両辺が負で、14<6を満たさない。道の幅は1cmだけ。正のxという条件だけでなく残る二辺と上限を確認する。

本人の両候補の辺・積・0<x<6と判断表、正の候補でも場面に合わない具体的な理由、幅1cmを見る。

幅26cmの厚紙の左右をそれぞれxcmずつ直角に折り、上が開いた長方形の断面を作ります。高さと底の幅はともに正で、断面積は80cm²です。x(26−2x)=80の全ての解は5,8です。本人が各候補の高さ・底・面積・範囲・採否を自分の表へ計算し、適する幅を全て答えてください。一方を捨てる必要があるかも説明します。

高さx>0、底26−2x>0より0<x<13。x=5では高さ5cm、底16cm、面積80cm²。x=8では高さ8cm、底10cm、面積80cm²。両方とも範囲内で正の断面を作るので幅5cmまたは8cm。解を一つにする条件はなく両方を残す。

本人の二行の実際の表、二つの断面の辺・積と0<x<13、両方を採る理由と全ての幅を見る。体積と混同しない。

長さ14cmの線分ABの両端を除く部分にPがあり、AP=xcmです。APとPBを一辺とする二つの正方形の面積の和が100cm²で、x²+(14−x)²=100の全ての解は6,8です。本人が各候補のAP・PB・面積の和・位置の範囲を自分の表へ実際に書き、APの長さを全て答えます。「一つの図だから解も一つ」という説明を検討してください。

条件は0<x<14。x=6ではAP6cm,PB8cm、36+64=100cm²。x=8ではAP8cm,PB6cm、64+36=100cm²。どちらもPは内側にあり、位置が異なる二通りなのでAP6cmまたは8cm。図を一つ描いたことだけでは他方を除けない。

本人の両位置のAP・PB・平方の和の表、範囲、異なる二位置を残す理由、APの二つの答えと単位を見る。

同じ40kmを速さxkm/hで進む場合と、それより2km/h速く進む場合を比べます。遅い場合の所要時間が1時間長いので40/x−40/(x+2)=1です。この関係から得た全ての候補は8,−10です。本人が速さ・各時間・元の時間差・正の条件を両候補で計算し、自分の表へ採否を書きます。遅い方と速い方の速さを答えてください。

x=8では速さ8,10km/h、時間40/8=5時間と40/10=4時間で差1時間、両速さとも正。x=−10では速さ−10,−8、式の各商は−4,−5で差1を満たすが、正の速さと所要時間の場面に合わない。分母はどちらも0でなく、−10は元の式を満たしても使えない候補。遅い方8km/h、速い方10km/h。

本人の二候補の実際の速さ・時間・差の表、分母と正の場面条件、負の候補を除く理由、両速度と単位を見る。

経過時間t秒に対する面積のモデルA=3t²cm²を、0≦t≦4の範囲で使うものとします。A=0の方程式の全ての解はt=0一つです。本人がモデルへの代入・範囲・採否を実際に書き、「時間なので0は必ず除く」という説明を直して答えます。この設問の条件と、全ての時間の問題に共通する条件を混同しないでください。

t=0ならA=3×0²=0cm²で、0≦0≦4を満たす。このモデルでは始点を含めているので0秒が答え。時間を0以上と指定したこの設問で0を除く理由はない。別の場面で開始後だけを扱うなら条件を別に読む必要があり、時間は必ず正とも必ず0を含むとも決め付けない。

本人の実際の代入と閉区間の確認、0秒を残す理由、設問固有の条件と一般化の区別を見る。別の解を作らない。

モデルA=t(8−t)cm²は、経過時間0≦t≦3秒の範囲で使うものとします。A=12の方程式の全ての解はt=2,6です。本人が二候補の式の値と適用範囲を自分の表で確かめ、条件に合う時刻を全て答えます。「6を式に入れて12になるから、このモデルで6秒の実際の面積も確認できた」という説明を直してください。

t=2で2(8−2)=12cm²、0≦2≦3なので採用。t=6でも計算上6(8−6)=12だが6>3でモデルの適用範囲外。答えは2秒だけ。範囲外へ式を代入した値だけでは6秒の実際の面積をこのモデルで確かめたことにはならない。

本人の両代入・区間・採否の表、6の式の成立と適用範囲外を分ける理由、2秒への答えを見る。

1cm角のタイルを切らず、縦横の辺をそろえ、すき間なく長方形へ並べます。幅xcm、高さ(11−2x)cm、面積12cm²で、x(11−2x)=12の全ての解は3/2,4です。本人が二候補の二辺・面積・正の条件・整数条件を自分の表へ実際に書き、可能な幅と高さを全て答えます。正で面積が合うだけでよいかも説明してください。

x=3/2では幅1.5cm、高さ8cm、面積12cm²で正だが、1cm角のタイルを切らずに辺をそろえて並べる幅は整数cmなので使えない。x=4では幅4cm、高さ3cm、面積12cm²、両辺とも正の整数で使える。幅4cm、高さ3cmだけ。小数を一般に禁止するのでなく、このタイルの条件による。

本人の両候補の辺・積・正と整数の判断表、タイルを切らない条件による不採用の理由、幅と高さの単位付きの答えを見る。

正方形の面積が50cm²で、一辺xcmの方程式x²=50の全ての解は±5√2です。本人が両候補の平方と正の辺の条件を自分の表へ書き、正確な辺の長さを答えます。さらに「辺は7.07cmと正確に等しい」という説明を、7.07²の実際の計算を使って直してください。

(5√2)²=50、(−5√2)²=50で両方とも方程式の解。正の辺なので5√2cmを採用し、負の方は使わない。7.07²=49.9849で50ではないため7.07cmと正確には等しくない。正確な長さは5√2cm、7.07cmは小数第2位までの近似値と分ける。

本人の二つの平方・正の条件の表、正確な5√2cm、実際の7.07²と等号を使えない理由を見る。近似だけで終えない。

本人が3以上7以下の整数rと1以上4以下の整数dを一つずつ選び、短い辺rcm、長い辺(r+d)cmの長方形を作ります。面積A=r(r+d)cm²を実際に計算し、短い辺xからの式x(x+d)=Aと二候補r,−(r+d)を自分の数で示します。本人の候補表へ二辺・元の積・正の条件・採否を書き、短い辺と長い辺を答えてください。一般式だけではなく具体的な数と検算を残します。

作例r=5,d=4では辺5,9cm、A=45cm²、x(x+4)=45、候補5,−9。本人の表に5では辺5,9、積45で正だから採用、−9では辺−9,−5、積45でも負の辺だから不採用と書く。短い辺5cm、長い辺9cm。条件内の別のr,dも、具体的な両候補の辺・積・条件と答えが対応すれば認める。

本人の条件内のr,d、実際の面積と式、具体的な両候補の二辺・積・採否の表、負の候補の説明、両辺と単位を見る。一般の雛形だけでは完了にしない。