解答: 二次方程式の形から解法を選び、全ての解を確かめる

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/choose-quadratic-methods-from-form-and-verify-all-roots/

中3 数学

1. $x-7=\pm\sqrt{20}$

   平方して20になる数は$\sqrt{20}$と$-\sqrt{20}$です。まず$x-7$の二つの場合を示します。

2. 8

   $(x-8)^2=x^2-16x+64$なので$h=8$です。

3. 33

   $x^2+10x=8$の両辺へ25を加えるので、$k=8+25=33$です。

4. 40

   $x^2-14x=-9$の両辺へ49を加えるので、$k=-9+49=40$です。

5. 5

   $x^2-6x+4=0$より$x^2-6x=-4$、両辺へ9を加えて$k=5$です。

6. 小さい方の解 = 3 / 大きい方の解 = 8

   $(x-3)(x-8)=0$より$x=3,8$です。

7. 49

   $5^2-4\times2\times(-3)=25+24=49$です。

8. 小さい方の解 = −3 / 大きい方の解 = 0.5

   $x=(-5\pm\sqrt{49})/4=(-5\pm7)/4$より$-3$と$1/2$です。

9. −4

   $(x+4)^2=0$から$x=-4$一つです。異なる二値にはなりません。

10. $x(x-7)=0$から$x=0$または$x=7$

    xが0でないとは決まっていません。積の0となる二つの場合を残します。

11. $x=-1\pm\sqrt{15}$

    $(x+1)^2=15$より$x+1=\pm\sqrt{15}$、$x=-1\pm\sqrt{15}$です。

12. 両辺6で割って$x^2-5x+6=0$、$(x-2)(x-3)=0$にも直せる

    0でない6で両辺を割れます。x^2の係数が1でなくても、ここでは因数分解を使えます。

13. 8

    a=4なので2a=8です。b=−4やc=−3を分母へ使いません。

14. 0

    $(-1+\sqrt{15})^2+2(-1+\sqrt{15})-14=16-2\sqrt{15}-2+2\sqrt{15}-14=0$です。

記述問題の解答・確認の観点

$x^2-13x+40=0$の形を見て、因数分解を使う理由を書き、実際に解いてください。本人が和と積、各場合、全ての解を示し、元の式へ全ての値を代入します。他の解がない根拠も書きます。

積40・和−13の−5と−8を見付けられるので$(x-5)(x-8)=0$。$x-5=0$または$x-8=0$より$x=5,8$。元の左辺は$25-65+40=0$、$64-104+40=0$。全ての0となる場合を同値に分けたので他の解はない。

本人の形と理由、和と積、二因数・全ての場合、両検算を見る。理由と因数との対応を示す正しい別法も認める。

$(x-4)^2=18$の形を見て、平方根の考えを使う理由を書き、実際に解いてください。本人が正負の各場合と全ての解を示し、元の左右両辺へ各値を代入して確かめます。

既に一つの式の平方が18という形なので$x-4=\pm\sqrt{18}=\pm3\sqrt{2}$。$x=4+3\sqrt{2},4-3\sqrt{2}$。元の左辺はそれぞれ$(3\sqrt{2})^2=18$と$(-3\sqrt{2})^2=18$で、右辺18と一致。正負の全ての場合を得た。

本人の既に平方であるという理由、両方の符号、根号の整理、元の両検算と全ての場合を見る。

$x^2+12x-5=0$を平方の形へ直す方法で解いてください。本人がこの形で使う理由、両辺へ加える数、変形の全ての式、全ての解を書きます。元の式へ二つの解を正確に代入して確かめてください。

xの係数12の半分6を使って平方を作れる。$x^2+12x=5$の両辺へ36を加えて$(x+6)^2=41$、$x+6=\pm\sqrt{41}$から$x=-6\pm\sqrt{41}$。+の場合は$(77-12\sqrt{41})+(-72+12\sqrt{41})-5=0$、−の場合は$(77+12\sqrt{41})+(-72-12\sqrt{41})-5=0$。

本人の12と6と36の対応、両辺への加算、全ての±の場合、元の式での二つの正確な検算を見る。

$5x^2-30x+20=0$について、ある人は「x^2の係数が1でないので公式以外は使えない」と言いました。本人が0でない定数で整理して平方の形を使い、この主張を修正してください。全ての解と、元の式への全ての代入を書きます。

0でない5で両辺を割ると$x^2-6x+4=0$。$x^2-6x=-4$の両辺へ9を加えて$(x-3)^2=5$、$x=3\pm\sqrt{5}$。+で$5(14+6\sqrt{5})-30(3+\sqrt{5})+20=70+30\sqrt{5}-90-30\sqrt{5}+20=0$。−で$70-30\sqrt{5}-90+30\sqrt{5}+20=0$。係数が1でなくても整理して平方の形を使える。固定の5で割ることと未知数で割ることは違う。

本人の非零定数、正しい平方の形、全ての根と元の係数5を残す両検算、主張の修正を見る。

$3x^2-4x-2=0$を解の公式で解いてください。本人がこの方法を選ぶ理由と、符号を含むa,b,c、−b、根号の中、分母2aを示します。根号と分数を整理し、元の式へ全ての解を実際に代入してください。

整数の因数を探し続けず、三係数から式を作れる公式を選ぶ。$a=3,b=-4,c=-2$、$-b=4$、$b^2-4ac=16+24=40$、$2a=6$。$x=(4\pm\sqrt{40})/6=(2\pm\sqrt{10})/3$。+で$3x^2-4x-2=(14+4\sqrt{10})/3-(8+4\sqrt{10})/3-2=0$。−でも$(14-4\sqrt{10})/3-(8-4\sqrt{10})/3-2=0$。両方の符号を用いた。

本人の選ぶ理由、符号付き係数・根号・分母と整理、元の式の両代入を見る。公式しか使えないという説明にはしない。

$x^2-8x+7=0$を、因数分解と平方の形の二方法で実際に解いて比較してください。本人がそれぞれ何に着目したか、全ての解がどう対応するかを書きます。元の式へ全ての値を代入し、自分ならどちらを選ぶか理由も述べます。

積7・和−8から$(x-1)(x-7)=0$で$x=1,7$。平方の形では$x^2-8x=-7$の両辺へ16を加えて$(x-4)^2=9$、$x=4\pm3=1,7$。元の左辺は$1-8+7=0$、$49-56+7=0$。作例では整数の因数が見付かるので因数分解を選ぶが、平方の形を選ぶ理由も認める。

本人の二つの実際の過程、因数と半分−4の着目点、両方法の二値の対応、両検算と自分の理由を見る。

ある人は$x^2=6x$で両辺をxで割り「x=6だけ」としました。本人が方法を選ぶときの条件を説明し、0を失わない方法で全ての解を求めて主張を直します。元の左右両辺へ各値を代入してください。

xで割るには$x\neq0$が必要だが、元の式では0で左0・右0と成り立つ。右辺を0にして$x(x-6)=0$とする方法ならx=0または6が残る。検算は0で0=0、6で$36=6\times6=36$。「6だけ」を0と6へ修正する。

本人の割る条件と元の0の成立、形と選ぶ理由、全ての分岐、左右両辺の両検算と修正を見る。

$2x^2+20x+50=0$を、自分が形に合うと考える方法で実際に解いてください。本人が理由と変形を書き、異なる解の値がいくつあるか説明します。解の公式の±を使っても同じ値になることと、元の式への代入も確かめます。

0でない2で割ると$x^2+10x+25=(x+5)^2=0$となるため平方の形を選ぶ。x=−5一つ。公式でもa=2,b=20,c=50から根号の中$400-400=0$、$x=(-20\pm0)/4=-5$で二つの符号の値が一致。元の左辺は$2\times25+20\times(-5)+50=50-100+50=0$。

本人の理由と実際の選択方法、同じ値一つ、公式の根号0と分母4、元の検算を見る。二次だから二つの異なる値が必要とはしない。

$x^2+4x=12$について、ある人は「左辺を平方にして$(x+2)^2=12$、$x=-2\pm\sqrt{12}$」としました。本人が誤りと条件を説明して直し、形に合う方法で全ての解を求めます。元の左右両辺へ各値を実際に代入してください。

左辺を平方にするには4を加えているので右辺にも4を加える。$(x+2)^2=16$から$x+2=\pm4$、x=2,−6。元の左辺は2で$4+8=12$、−6で$36-24=12$となり右辺12と一致。別法$x^2+4x-12=(x+6)(x-2)=0$でも同じ二値。

本人の片辺だけの加算の修正、両辺+4、全ての解と元の左右の両検算を見る。別法でも誤りの修正自体は必要。

本人が2以上6以下の整数pと、2,3,5,6,7から一つの数kを選びます。$x^2+2px+(p^2-k)=0$を自分の数で具体的に作り、式の形から方法を選ぶ理由を書いて実際に解いてください。全ての解を元の具体式へ代入します。一般式だけではなく、自分の数と計算を残します。

作例p=4,k=6なら$x^2+8x+10=0$。係数8の半分4を使い平方を作れるので$x^2+8x=-10$の両辺へ16を加え、$(x+4)^2=6$、$x=-4\pm\sqrt{6}$。+で$(22-8\sqrt{6})+(-32+8\sqrt{6})+10=0$、−で$(22+8\sqrt{6})+(-32-8\sqrt{6})+10=0$。条件内の別のp,kと正しい方法・全ての解・両検算も認める。

本人の範囲内のp,k、数を入れた具体式、形と理由、実際の変形と全ての値、元の具体式の両検算を見る。一般の手順だけを写して完了にはしない。