解答: 根号の式の大小を、符号と二乗の根拠で確かめる

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/compare-irrational-expressions-with-signs-and-squared-evidence/

中3 数学

1. 28

   $(2\sqrt{7})^2=2^2\times7=28$です。係数も二乗します。

2. 45

   $(3\sqrt{5})^2=3^2\times5=45$です。

3. 2

   $13+2\sqrt{13}+1=14+2\sqrt{13}$で、二つの積を足した係数は2です。

4. -2

   $10-2\sqrt{10}+1=11-2\sqrt{10}$です。

5. 4

   $4^2=16<19<25=5^2$で、0以上の平方の比較から$4<\sqrt{19}<5$です。

6. 24

   $(\sqrt{6}+1)^2=7+2\sqrt{6}$、$(\sqrt{15})^2=15$で共通の7を引きます。$(2\sqrt{6})^2=4\times6=24$です。

7. $\sqrt{26}>5$

   ともに正で、平方は$26>25$なので$\sqrt{26}>5$です。

8. $2\sqrt{7}<\sqrt{30}$

   ともに正で、平方$28<30$から$2\sqrt{7}<\sqrt{30}$です。係数2も二乗します。

9. $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

   $\sqrt{18}=\sqrt{(9\times2)}=3\sqrt{2}$で等しい値です。

10. $-\sqrt{18}<-4$

    正の$\sqrt{18}>4$を$18>16$から確かめ、負号によって順が逆になります。

11. 左が小さい

    $\sqrt{7}<3$で左は負、$\sqrt{5}>2$で右は正なので左が小さいです。

12. 左が大きい

    左$-$右$=2-\sqrt{3}$。2と$\sqrt{3}$は正で$4>3$だから差は正、左が大きいです。

13. 左が小さい

    正の$\sqrt{13}>\sqrt{10}$から$-\sqrt{13}<-\sqrt{10}$。同じ-1を足しても向きは変わりません。

14. 比較する二つの式がともに0以上である

    0以上の二数では平方の大小が元の大小に対応します。両方が負なら順が逆になるので、そのまま使えません。

記述問題の解答・確認の観点

$2\sqrt{7}$と$\sqrt{30}$の大小を比べてください。本人が二つの式の符号を示し、各平方を実際に計算します。平方の比較から元の不等式へ戻せる理由も書きます。

両式は正。$(2\sqrt{7})^2=4\times7=28$、$(\sqrt{30})^2=30$で$28<30$。0以上の数どうしなので元の大小も同じ向き、$2\sqrt{7}<\sqrt{30}$。

本人の両式の正の確認、係数を含む二乗、$28<30$と元の向きの根拠を見る。

$\sqrt{18}$と$3\sqrt{2}$が等しいか、どちらが大きいかを比べてください。本人が根号を簡単にする方法と、各平方を比べる方法の二通りを実際に書き、二乗から等しいと言える符号の条件も説明します。

方法1:$\sqrt{18}=\sqrt{(9\times2)}=3\sqrt{2}$。方法2:両式とも正で、$(\sqrt{18})^2=18$、$(3\sqrt{2})^2=9\times2=18$。同じ平方を持つ0以上の数なので$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$。

本人の平方因数9による同値変形と、両式の符号・二つの平方・等号の理由の二方法を見る。

$-\sqrt{18}$と-4の大小を比べてください。本人がまず正の大きさを比べる式を示し、負号を付けた元の二数の順がどうなるか説明します。元の二数の平方だけで同じ向きへ戻さないでください。

$\sqrt{18}$と4は正で、$18>16=4^2$より$\sqrt{18}>4$。負号を付けると向きが逆なので$-\sqrt{18}<-4$。元の両数は負であり、平方$18>16$をそのまま元の$>$へ戻せない。

本人の正の大きさの平方比較、元の両数が負という確認と向きの逆転を見る。

$\sqrt{7}-3$と$\sqrt{5}-2$の大小を比べてください。本人が7と3^2、5と2^2を比べ、二つの式全体の符号を先に決めます。二乗しなくても元の大小が決まる理由を書きます。

3と$\sqrt{7}$は正で$7<9$から$\sqrt{7}<3$、左は負。$\sqrt{5}$と2は正で$5>4$から$\sqrt{5}>2$、右は正。負の数は正の数より小さいので$\sqrt{7}-3<\sqrt{5}-2$。

本人の二つの正の根号と整数の比較、引いた後の両符号、異符号による大小の決定を見る。

$-1-\sqrt{13}$と$-1-\sqrt{10}$の大小を比べてください。本人が共通の項を整理した式、正の根号どうしの比較、負号による向きと元の大小を、実際の式で説明します。

共通の-1を取り除くと$-\sqrt{13}$と$-\sqrt{10}$の比較。$\sqrt{13}$と$\sqrt{10}$は正で、平方$13>10$より$\sqrt{13}>\sqrt{10}$。負号で$-\sqrt{13}<-\sqrt{10}$となり、両方へ同じ-1を足して$-1-\sqrt{13}<-1-\sqrt{10}$。

本人の共通項の整理、正の根号の比較、負号による逆転と共通項を戻す式を見る。

$\sqrt{12}+1$と$\sqrt{27}-1$の大小を比べてください。本人が各根号を簡単にし、「左の式−右の式」を整理します。差の符号を決めるために比べる二数の符号と平方も示し、元の大小を説明してください。

$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$、$\sqrt{27}=3\sqrt{3}$。左−右$=(2\sqrt{3}+1)-(3\sqrt{3}-1)=2-\sqrt{3}$。2と$\sqrt{3}$は正で、$4>3$より$2>\sqrt{3}$。差が正なので$\sqrt{12}+1>\sqrt{27}-1$。

本人の二つの平方因数、差の符号を含む整理、2と$\sqrt{3}$の正の平方比較、差から元の向きへの説明を見る。

$\sqrt{5}+\sqrt{2}$と$\sqrt{14}$の大小を、正確な平方の比較で確かめてください。本人が和の平方の全ての項を書きます。一度目の比較を整理した後、さらに比べる二数の符号を確かめてから二乗し、最初の二式の大小まで戻して説明します。

最初の両式は正。$(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2=5+2\sqrt{10}+2=7+2\sqrt{10}$、$(\sqrt{14})^2=14$。共通の7を引き$2\sqrt{10}$と7を比べる。両方正で、$(2\sqrt{10})^2=40<49=7^2$より$2\sqrt{10}<7$。従って$7+2\sqrt{10}<14$で、最初の両式も正だから$\sqrt{5}+\sqrt{2}<\sqrt{14}$。

本人の和の平方の中間項、各段階の両式の正、$40<49$からの逆順の戻し方と最初の大小を見る。

ある人は「−√20と−√17を二乗すると20>17だから、−√20>−√17」としました。本人が誤りの条件を説明し、正しい元の大小を示してください。さらに、根号を使わない二つの具体的な負の整数でも、同じ向きへ戻せない反例を実際に作ります。

元の両式は負で、平方の大小を同じ向きへ戻す条件を満たさない。正の√20>√17を20>17から確かめ、負号で−√20<−√17。作例−3<−2だが$(-3)^2=9>4=(-2)^2$で、平方と元の大小の向きが逆。本人の別の有効な負の二整数も認める。

本人の条件の欠落、正しい根号の比較と向きの修正、自分の負の二整数と各平方・反例の不等式を見る。

本人がnを2,3,5,6,7から一つ、整数kを2以上5以下から一つ選びます。A=k√n、B=√(k^2n+1)を自分の数で作り、大小を比べてください。本人が具体的な二式、符号、各平方と不等式、元の大小へ戻せる理由を実際に書きます。

作例n=6,k=3ならA=3√6、B=√55。両方正で$A^2=9\times6=54$、$B^2=55$、54<55より3√6<√55。本人の別の条件内のn,kと具体的な式も認める。一般式だけでは本人の作例にしない。

本人の選んだ条件内の二数、具体的なA,B、両式の正と平方、比較を元へ戻す理由を確認する。

本人が整数cを1以上4以下、nを2,3,5,6,7から一つずつ選びます。A=−c−√n、B=−c−√(n+2)を自分の数で作り、大小を比べてください。本人が元の二式の符号、共通項を取り除いた比較、正の平方根の大小と負号による向きを具体的に示します。

作例c=2,n=5ならA=−2−√5、B=−2−√7で両方負。共通の−2を取り除くと−√5と−√7。正の√5<√7を5<7から確かめ、負号で−√5>−√7。従ってA>B。本人の別の有効なc,nでも各符号と向きを示せば認める。

本人の条件内のc,nと具体式、元の両符号、共通項の整理、正の根号と負号の向きの対応を見る。一般的な手順だけでは完了にしない。