解答: $y=ax^2$の表・式・グラフと変化の割合を結び付ける

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/connect-quadratic-proportion-tables-graphs-and-interval-rates/

中3 数学

1. 48

   $(-4)^2=16$なので$y=3\times16=48$です。3xを先に二乗しません。

2. −2

   $-18=9a$なので$a=-18/9=-2$です。

3. 18

   $(-6)^2=36$なので$y=36/2=18$です。

4. 9倍

   $a(3x)^2=9ax^2$なので9倍です。

5. どちらも−12

   どちらも$x^2=4$なので$y=-12$です。y軸について対称な点になります。

6. 15

   yは3から48へ増えるので、変化の割合$=(48-3)/(4-1)=45/3=15$です。

7. 8

   yは−18から−2へ増え、$\{-2-(-18)\}/\{-1-(-3)\}=16/2=8$です。

8. $\frac{3}{2}$

   図のPは(2,6)。$6=4a$より$a=6/4=3/2$です。

9. $0\leqq y\leqq 9$

   範囲内にx=0があるので最小値は0。|x|が最大のx=3でy=9となります。

10. $-8\leqq y\leqq 0$

    $0\leqq x^2\leqq 16$に−1/2をかけると$-8\leqq y\leqq 0$。x=0で0、x=−4で−8です。

11. $y=2x^2$は6、10。$y=2x$は2、2

    二乗の方はyが2→8→18なので割合は6、10。一次の方は2→4→6なので2、2です。

12. この情報だけではaの値は決まらない

    どのaでもx=0ならy=0です。係数を決めるには原点以外の情報が必要です。

13. 下へ開き、y軸について対称

    負の係数なのでy≦0で下へ開きます。反対符号のxに同じyが対応し、y軸について対称です。

14. 0

    両端のyはどちらも6なので(6−6)/{2−(−2)}=0です。途中のx=0ではy=0で、区間中ずっと一定という意味ではありません。

記述問題の解答・確認の観点

y=(1/2)x²について、本人がx=−4,−3,−2,0,2,3,4の値の表を作ります。軸名と目盛りを決めて自分の座標平面に点をとり、間をなめらかな曲線で結んでください。反対符号のxに対応する値と、式から分かる対称性を説明します。

本人の表は順にy=8,9/2,2,0,2,9/2,8。自分の軸にこれらの点をとり、原点を通って上へ開く放物線をかく。xと−xで二乗が等しいのでyの値も等しく、グラフはy軸について対称である。表にない点でも式を用いて確かめられ、与えた点を折れ線で結んだものにはしない。

本人の七組の表、軸名と一貫した目盛り、正しい位置の点と曲線、式の(−x)²=x²による対称性の説明を見る。画面にある完成図を見ただけでは本人のグラフにしない。

本人が同じ座標平面にy=x²、y=3x²、y=−3x²の三つをかきます。まずx=−2,−1,0,1,2の表を三つ作り、どの曲線か分かる名前を付けます。同じxでの|y|、係数の符号と開く向きについて表と式を根拠に比較してください。

本人の表はy=x²が4,1,0,1,4、y=3x²が12,3,0,3,12、y=−3x²が−12,−3,0,−3,−12。三つとも原点を通りy軸対称。同じx≠0で|3x²|は|x²|の3倍。正の係数の二つは上へ開き、負の係数の曲線はy=3x²をx軸について反転した位置に下へ開く。

本人の三表、三曲線と凡例、同じxでの数値比較、符号と絶対値を分けた説明を見る。単に「大きいaほどグラフが上」として負の係数やx=0を無視しない。

y=ax²のグラフはP(−3,−12)を通ります。本人がaと式全体を求め、x=−3,−3/2,0,3/2,3の表と自分の曲線をかきます。Q(3/2,−3)が同じグラフ上にあるかを代入で確かめ、原点だけではaを決められない理由も説明してください。

−12=9aよりa=−4/3、式はy=−(4/3)x²。本人の表は−12,−3,0,−3,−12で下へ開くy軸対称の曲線。x=3/2を代入すると−(4/3)×9/4=−3なのでQはグラフ上にある。原点なら0=a×0でどのaでも成り立ち、その条件だけではaを特定できない。

本人のPの代入式と係数、式全体、五組の表と目盛り付き曲線、Qの代入確認、原点の条件の限界を見る。同値な正確な分数や循環しない小数の表記を認める。

y=2x²について、範囲Iは−3≦x≦1、範囲IIは−4≦x≦−1です。本人が同じ関数のグラフに二つの範囲を色や線種で分けて示し、それぞれのyの変域を求めます。x=0が範囲内にあるかを根拠に、最小値と最大値の位置を説明してください。

Iはx=0を含み、0≦x²≦9より0≦y≦18。最小はx=0、最大はx=−3。IIは負の側だけで1≦x²≦16より2≦y≦32。最小はx=−1、最大はx=−4。本人の曲線上で各範囲と対応するyの範囲を区別する。

本人の曲線と二範囲の表示、0の含まれ方、各範囲での最小・最大を与えるx、0〜18と2〜32の正確な結論を見る。

y=−(1/2)x²について、範囲Iは−2≦x≦5、範囲IIは1≦x≦4です。本人が表や曲線に二つの範囲を示し、それぞれのyの変域を求めます。係数が負であることと0の含まれ方を使って説明してください。

Iは0≦x²≦25なので−25/2≦y≦0。最小はx=5、最大はx=0。IIは1≦x²≦16なので−8≦y≦−1/2。最小はx=4、最大はx=1。負の数をかけると大小の向きが反対になることを、本人の表や下へ開く曲線とも結び付ける。

本人の範囲を示す表や曲線、x²の範囲と負の係数の扱い、−25/2〜0と−8〜−1/2、極値の位置と0の条件を見る。

y=(3/4)x²で、本人がx=−4,−2,0,2,4の表と曲線を作ります。四つの区間−4→−2、−2→0、0→2、2→4の変化の割合を実際の増加量から計算し、左右の変わり方と「一定の割合で変わる」という主張が正しいかを説明してください。

本人のyの表は12,3,0,3,12。四区間のxの増加量は全て2で、yの増加量は−9,−3,3,9。変化の割合は−9/2,−3/2,3/2,9/2。負の側ではxが増えるとyは減り、正の側では増える。四つの割合は同じでないので、この関数全体を一定の割合で変わるとはいえない。

本人の表と曲線、四区間での二つの増加量と分数の計算、符号と左右の変化の対応、一定の割合という主張への根拠ある判断を見る。

y=4xとy=x²について、本人がx=0,1,2,3,4の表と同じ軸上の二つのグラフを作ります。隣り合う整数の四区間の変化の割合と、全体の0→4の平均の変化の割合を比べます。全体の割合が等しいことから「二つは同じ関数だ」とする考えを、具体的な点で確かめて説明してください。

本人の表で一次関数は0,4,8,12,16、二乗の関数は0,1,4,9,16。隣り合う四区間の割合は一次が全て4、二乗が1,3,5,7。全体0→4はどちらも(16−0)/4=4だが、例えばx=2では8と4で違う。グラフは直線と放物線で、全体の平均の割合が同じでも同じ関数とは限らない。

本人の二表と名前付きグラフ、四区間と全体の割合、同じでない具体的な値、平均と区間内の変化を分けた説明を見る。

実測ではない仮想の運動モデルs=0.6t²を、0≦t≦5の範囲だけ考えます。tは秒、sは出発点から同じ向きに進んだ距離cmです。本人がt=0,1,2,3,4,5の表と軸名・単位を付けた曲線を作り、1→4秒と0→2秒の平均の速さを求めます。5秒より後や実物にも同じ式が成り立つか、与えた情報の限界を説明してください。

本人の表はs=0,0.6,2.4,5.4,9.6,15cm。t軸を秒、s軸をcmとして0〜5の曲線をかく。1→4秒の平均の速さは(9.6−0.6)/(4−1)=3cm/s。0→2秒では(2.4−0)/2=1.2cm/s。定義した範囲内の仮想モデルの計算であり、5秒以後の式の成立や実物の動きを観測・証明したことにはならない。

本人の六組の表、軸名・単位・0〜5の範囲付き曲線、二つの増加量の式とcm/s、モデルの範囲と実測でないことを示した結論を見る。瞬間の速さや微分は求めない。

次の三組は実測ではない仮想データです：(x,y)=(1,2.1),(2,7.8),(3,18.2)。本人が点を座標平面にとり、各組のy/x²を計算します。比較のためy=2x²の曲線をかき、各データのyからモデルのyを引いた差も求めてください。「この三組は全て正確にy=ax²を満たす」「近いモデルを考えられる」「全てのxで同じ法則が証明された」を区別して説明します。

本人の比y/x²は21/10=2.1、39/20=1.95、91/45で、全て同じではない。この三組は一つのaによるy=ax²を正確には満たさない。モデルy=2x²の対応値は2,8,18で、データ−モデルは1/10,−1/5,1/5。点と曲線を比べ、近いモデルとして考える余地はあるが、仮想の三点だけで全てのxの法則や実物の誤差の原因を証明したとはいわない。

本人の三点と比較曲線、三つの正確な比と差、正確な一致・近似モデル・全範囲の証明を分けた説明を見る。測定を実行した記録にしない。

本人がaを−2,−1/2,3/2,3の四つから一つ、hを2,3,4の三つから一つ選びます。y=ax²を−h≦x≦hの範囲で考え、本人の具体的な数でx=−h,−1,0,1,hの表と曲線、yの変域を作ります。−h→0、0→h、−h→hの変化の割合を計算し、最後の割合が0になることと区間中で一定になることの違いを説明してください。

作例a=−1/2,h=3ならy=−(1/2)x²、表はx=−3,−1,0,1,3に対してy=−9/2,−1/2,0,−1/2,−9/2。下へ開くy軸対称の曲線で−9/2≦y≦0。−3→0の割合は{0−(−9/2)}/3=3/2、0→3は{−9/2−0}/3=−3/2、−3→3は0。最後は両端のyが同じためで、途中のyがずっと一定ではない。別の条件内a,hでも本人の具体的な表・曲線・変域・三つの計算と説明がそろえば認める。

本人が選んだa,h、五組の表と範囲付き曲線、aの符号に合った変域、三つの実際の割合の計算、対称な両端と途中の変化の違いを見る。一般式や完成した作例を写しただけでは本人の数の作例にしない。