ワークシート: 証明の根拠の誤り・抜けを見つけて、全文を書き直す

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/diagnose-and-rewrite-faulty-geometric-proofs/

中2 数学

準備14問は根拠を見分ける足場です。主課題10題は本人の図、誤りまたは不足の箇所、その理由、修正後の全証明を講師が確認します。仮定の無断追加や結論の先取りを避け、各等しさの根拠、条件の位置、対応、結論へのつながりを照合します。T8では元の合同という結論が成立しない理由と、成立する角の結論への明示的修正を確認します。別の正しい証明や誤りの説明を認めます。

1. PA=PBを証明したい説明が、最初に「PA=PBより」と使っています。まず指摘する問題点はどれですか。
   - 結論を根拠に使う循環
   - 結論を最後に書くこと
   - 等号があること
   - 点名が三つあること

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

2. Mが線分ABの中点という仮定から、直接言える等しさはどれですか。
   - PA=PB
   - AM=BM
   - PM=AM
   - AB=AM

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

3. △ABCと△DEFでAB=DE、AC=DF、∠B=∠Eが与えられています。「二辺とその間の角」がそろうという説明について、正しい指摘はどれですか。

   - 与えた角は、示した二辺の間の角ではない
   - 等しい辺が二組なら角は何でもよい
   - 角Bは辺ABとACの間の角である
   - 三つの事実があるので必ずその条件になる

   途中の計算・単位・理由・確認

   答え: ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

4. △ABCと△DEFでAB=DE、∠A=∠D、∠C=∠Fです。辺ABとDEに「一辺とその両端の角」を使う前に、何を補えばよいですか。

   - 内角の和から∠B=∠Eを導く
   - ∠Aと∠Dを消す
   - BC=EFを測って足す
   - 辺を三つに増やす

   途中の計算・単位・理由・確認

   答え: ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

5. △ABC≡△DFAという順で、Bに対応する頂点はどれですか。

   - F
   - A
   - D
   - C

   途中の計算・単位・理由・確認

   答え: ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

6. 同じ線分PQについてPQ=PQとQP=QPを並べ、「二組の辺が等しい」と数えました。問題点はどれですか。

   - 同じ一組の線分を二回数えている
   - 共通な辺は一度も使えない
   - PQとQPは必ず異なる長さになる
   - 線分には順序を付けられない

   途中の計算・単位・理由・確認

   答え: _____

7. 二本の直線がOで交わるとき、対頂角の等しさの根拠として適切なのはどれですか。

   - 対頂角は等しいという既習の性質
   - 結論が等しい角だから
   - 図を測ったら同じだった
   - 平行線に見えた

   途中の計算・単位・理由・確認

   答え: _____

8. AB∥CDという仮定がなく、まだ平行を示してもいないのに「平行線の錯角が等しい」と使いました。何が不足していますか。

   - 線分の単位をmmに変えること
   - その二直線が平行だという使える根拠
   - 角の度数を必ず数値で出すこと
   - 三角形の名前を省くこと

   途中の計算・単位・理由・確認

   答え: _____

9. ある一つの図を定規で測ってAB=CDだったので、同じ仮定を満たすすべての図でAB=CDだと結論しました。正しい評価はどれですか。

   - 同じ紙に描けばすべての図を調べたことになる
   - 定規なら誤差がないので証明である
   - 長さは角と違い証明不要である
   - 一例の測定だけでは一般の証明にならない

   途中の計算・単位・理由・確認

   答え: ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

10. 二つの直角三角形で、斜辺と他の一辺がそれぞれ等しいと分かっています。既習の合同条件としてそのまま使えるものはどれですか。

    - 三角が等しいだけという条件
    - 二辺とその間でない角という一般条件
    - 直角三角形の斜辺と他の一辺がそれぞれ等しいという条件
    - 一辺が同じなら必ず合同という条件

    途中の計算・単位・理由・確認

    答え: ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

11. 平行四辺形の対辺が等しいことを合同から証明する課題で、最初に「平行四辺形の対辺は等しい」と使いました。この課題での問題はどれですか。

    - 平行という仮定は使えない
    - 対辺は必ず長さが違う
    - 今示す性質そのものを、先に根拠にした
    - 対角線を引くことが禁止されている

    途中の計算・単位・理由・確認

    答え: _____

12. △ABC≡△DEFまで示したが、目標BC=EFを書かずに止まっています。最後に補うべきつながりはどれですか。

    - BC=EFを仮定へ移す
    - すべての角を測り直す
    - 合同な三角形の対応する辺からBC=EFと述べる
    - 三角形をもう一つ描けばよい

    途中の計算・単位・理由・確認

    答え: _____

13. 三つの内角がそれぞれ等しい二つの三角形について、そのことだけから「合同」としました。正しい指摘はどれですか。

    - 合同条件はどれも角だけでできている
    - 角が等しいことは一切使えない
    - 角が同じでも大きさが異なり、合同とは限らない
    - 三角が等しければ大きさも必ず同じ

    途中の計算・単位・理由・確認

    答え: _____

14. 誤りを一か所見つけたあと、この主課題を終えるために必要な作業はどれですか。

- 元の仮定から結論まで、修正した全証明を書く
- 間違いという語だけ書く
- 根拠を確認せず結論だけ写す
- 仮定へ結論を追加して解決する

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

考え方を説明する

ここからは講師と確認する記述問題です。自動確認の点数には含みません。

Mは線分ABの中点、PはMを通りABに垂直な直線上のM以外の点です。目標はPA=PBです。ある説明は「PA=PB、AM=BM、PMは共通だから三辺で合同」としました。自分の図で、使えない根拠を特定し、元の仮定から始める正しい全証明を書いてください。

途中の計算・単位・理由・確認

AB=ACの三角形ABCで、DはBCの中点です。目標は∠BAD=∠CADです。ある説明はAB=AC、BD=CD、ADは共通から「△ABD≡△CAD」と書いて、そのまま目標を結論しました。本人の図を描き、三組の辺と頂点の対応順を照合し、全文を書き直してください。

途中の計算・単位・理由・確認

△ABCと△DEFでAB=DE、∠B=∠E=64°、∠C=∠F=47°です。目標はAC=DFです。ある説明は「一辺とその両端の角が等しいので合同」とだけ書きました。自分の二図に、どの角が辺の端にあるかを示し、抜けた推論を補って、仮定から目標まで全文を書いてください。

途中の計算・単位・理由・確認

凸四角形ABCDでAB∥CD、AD∥BCです。対角線BDを引き、AB=CDかつAD=BCを合同から示す課題です。ある説明は最初に「平行四辺形の対辺は等しいのでAB=CD、AD=BC」と使いました。本人の図で先取りを指摘し、その性質を使わず、元の平行の仮定から全証明を書き直してください。

途中の計算・単位・理由・確認

長方形ABCDの対角線AC,BDがEで交わります。目標はAE=CEかつBE=DEです。ある説明は「図ではEが真ん中に見え、測っても半分なので成立する」としました。本人の図を描き、測定だけでは不足する理由を述べ、長方形の対辺の平行・等長を既習として使って全証明を書いてください。対角線が互いに二等分するという性質自体は先に使いません。

途中の計算・単位・理由・確認

中心Oの円に異なる二点A,Bを取り、ABは直径でないとします。Mは弦ABの中点です。目標はOM⊥ABです。ある説明は「OA=OB、OM=OM、MO=MOの三組で△OAM≡△OBM」としました。本人の図で重複を指摘し、不足する根拠を補って垂直まで全部証明してください。

途中の計算・単位・理由・確認

∠C=∠F=90°の△ABCと△DEFで、AB=DE=10cm、BC=EF=6cmです。目標は∠A=∠Dです。ある説明は「二辺AB,BCと角C、二辺DE,EFと角Fで、二辺とその間の角が等しい」としました。自分の二図で角の位置を指摘し、既習の直角三角形の合同条件を用いて、目標まで全文を書き直してください。

途中の計算・単位・理由・確認

△ABCで∠A=50°、∠B=60°、AB=7cm、△DEFで∠D=50°、∠E=60°、DE=11cmです。ある説明は残りの角も70°なので「三角がそれぞれ等しく、合同」としました。本人の二図を描き、合同という結論が成立しない根拠を述べてください。そのうえで、結論を「∠C=∠F=70°である」へ明示的に修正し、元の仮定からその結論まで全文を書いてください。

途中の計算・単位・理由・確認

AB=ACの三角形ABCについて∠ABC=∠ACBを示します。ある人は「底角は等しいから目標が正しい。それを使い、二角と辺から合同だとも言える」と書きました。この課題では二等辺三角形の底角の性質そのものを、三辺の合同条件から証明します。自分の図を描き、循環を指摘して、△ABCと頂点の順を入れ替えた同じ三角形を比較する全証明を書いてください。

途中の計算・単位・理由・確認

自分で、図と仮定・目標を決めた証明課題を一つ作ってください。意図的に根拠を一か所だけ間違えた説明も作り、どの文がなぜ使えないかを述べます。次に元の仮定を無断で増やさず、正しい全証明を書いてください。見本の点名や数値を写すだけでなく、本人が選んだ条件・結論を図へ示します。

途中の計算・単位・理由・確認