解答: 無作為に標本を取り出して記録し、母集団の傾向を見積もる

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/draw-and-record-random-samples-to-estimate-population-trends/

中3 数学

1. 元の20枚全体

   調べたい集団は元の20枚全体で、5枚は標本です。

2. 288

   標本の割合18/50を使い、800×18/50=288個と見積もります。正確な全数と確認したわけではありません。

3. 45

   600×3/40=45個と見積もれます。

4. 外側から区別できないようにし、よく混ぜて見ないで5枚を取る

   色や位置や好みで選ばず、全てが等しく選ばれるように仕組みを工夫します。混ぜ方なども点検します。

5. 04が重複しており、戻し方や記録に誤りがないか確かめる

   戻さない抽出で同じ番号の札を二度選ぶことはありません。重複の原因を確かめます。

6. 11

   採用するのは03,18,07,14,11です。25と21は範囲外、00は対象外、二度目の03は重複です。

7. 無回答の偏りを確かめ、回答者の割合をそのまま全体の確定値にしない

   回答の有無が調べたい事柄に関係する可能性を考え、分かっていない回答を勝手に補いません。

8. Aは誤差0枚、Bは誤差6枚なので、この主張の反例になる

   真の青12枚に対しAは20×3/5=12、Bは20×9/10=18です。各回の前に全て戻せば両方とも可能な例です。

9. 11.5

   標本平均は230/20=11.5です。合計230や推定総量とは区別します。

10. 80

    500×4/25=80枚と見積もれます。

11. $\frac{3}{5}$

    青の枚数3を標本の大きさ5で割るので3/5です。0.6も同じ割合です。

12. 12

    (8+12+16)/3=12です。この例の平均であり、どの三回でも真の枚数に一致すると保証したものではありません。

13. 番号の重複・漏れ・記録や数え方も確かめる

    全数調査でも実際の取り扱いや記録の誤りはあり得るので、全てを一度ずつ調べたか点検します。

14. 未実施と明記し、必要なら作例を架空の例として別に示す

    本人の実施記録と作例を区別します。未実施を達成済みにしません。

記述問題の解答・確認の観点

同じ紙・大きさの20枚を用意し、内側に番号01〜20を一つずつ書きます。01〜12は青、13〜20は橙とし、色と番号が外から分からないよう同じ形に折ります。袋の中でよく混ぜて見ないで取り出し、一回の途中では戻さず、次の回の前には全て戻して混ぜ直します。 本人が実際に5枚を取り出し、順番・番号・色を記録します。青の枚数k、標本の割合、母集団の青の推定枚数と式、真の12枚との差を自分の記録から求めてください。全てが等しく選ばれるための工夫と、推定の限界も書きます。

架空の作例は14,03,19,08,11で、色は橙,青,橙,青,青。k=3、標本の割合3/5、推定20×3/5=12枚、真の12枚との差0枚。ただしこれは本人の実施結果ではない。実際の本人の異なる5番号と色に基づきkを数え、20k/5=4k枚と推定して12枚との差を求める。外側をそろえて混ぜ、見ないで選ぶ工夫と、一回の一致を全ての標本の保証にしないことを説明する。

本人の実物の札と実施した方法、異なる5番号の順序と色、実際のk・k/5・4k・12との差、混ぜ方や見分けにくさの工夫、推定の限界を見る。未実施の作例は実施として採点しない。

同じ紙・大きさの20枚を用意し、内側に番号01〜20を一つずつ書きます。01〜12は青、13〜20は橙とし、色と番号が外から分からないよう同じ形に折ります。袋の中でよく混ぜて見ないで取り出し、一回の途中では戻さず、次の回の前には全て戻して混ぜ直します。 本人が方法Aとして色を見て青の札を5枚選び、番号を記録します。全て戻した後、方法Bとして見ないで5枚を取り出し、番号と色を記録します。二つの推定値を求め、どちらの方法が調査したい全体から等しく選ばれるよう工夫しているか説明してください。一回の推定値の良し悪しだけで方法を判定しません。

架空の作例でAを01,02,03,04,05とすると青5枚、割合1、推定20枚。Bを02,06,13,17,20とすると青2枚、割合2/5、推定8枚。実際の本人の記録でそれぞれ計算する。Aは青だけを意図して選ぶため橙は選ばれず、母集団の色の割合を見積もる方法として偏っている。Bは全てが等しく選ばれるよう工夫するが、一回の値が必ず12枚に近い保証はない。Bで偶然全て青でも、Aの方法の偏りがなくなるわけではない。

本人が実行したA・Bの異なる5番号と色、途中で戻さず回の間に戻した記録、二つの割合と推定、選び方と一回の結果を分けた説明を見る。

同じ紙・大きさの20枚を用意し、内側に番号01〜20を一つずつ書きます。01〜12は青、13〜20は橙とし、色と番号が外から分からないよう同じ形に折ります。袋の中でよく混ぜて見ないで取り出し、一回の途中では戻さず、次の回の前には全て戻して混ぜ直します。 本人が5枚の抽出を実際に3回行います。毎回の前に全て戻し、三回の番号・色・青の枚数を別々に記録してください。三つの推定枚数とその平均、最大と最小の差を求めます。同じ結果が出ても違っても、その実際の記録から言える範囲を説明してください。

架空の作例は1回目01,04,13,16,20で青2枚、2回目02,05,08,14,17で青3枚、3回目03,06,09,11,18で青4枚。推定は8,12,16枚、平均12枚、最大と最小の差8枚。実際の本人の三つのkに対し推定4kを計算し、その実際の平均と差を求める。同じ方法でも標本は変わり得るが、この三回の平均がいつも真の値に一致するとはいえない。全て同じ結果の記録も、実施が正しければ認める。

本人の三回の全番号・色・戻して混ぜた時点、実際の三つのkと推定・平均・範囲、観測した結果と一般的な保証を区別した説明を見る。

同じ紙・大きさの20枚を用意し、内側に番号01〜20を一つずつ書きます。01〜12は青、13〜20は橙とし、色と番号が外から分からないよう同じ形に折ります。袋の中でよく混ぜて見ないで取り出し、一回の途中では戻さず、次の回の前には全て戻して混ぜ直します。 本人が5枚の抽出と、全て戻してからの10枚の抽出を実際に行い、それぞれの番号と色を記録します。二つの推定枚数と真の12枚との差を比べます。さらに「5枚で青3枚、10枚で青9枚」という架空の組合せに、それぞれ可能な番号の作例を作り、標本が大きい一回ほど必ず正確という主張を検討してください。

本人の実際の記録はn=5で推定4k5枚、n=10で推定2k10枚。それぞれ12枚との絶対差を計算し、実際の大小を述べる。反例の架空の作例として5枚は01,04,08,14,19で青3枚、10枚は01〜09と13で青9枚とできる。各回の前に戻すので両方可能。推定は12と18、差は0と6で、大きい標本の一回の方が必ず近いとはいえない。反例の番号を本人の実施記録とは混ぜない。

本人の実際の5枚・10枚の記録と二つの計算、戻す時点、実際の結果の比較、条件を満たす架空の番号による反例とその区別を見る。大きい方が必ず悪いという逆の断定もしない。

同じ紙・大きさの20枚を用意し、内側に番号01〜20を一つずつ書きます。01〜12は青、13〜20は橙とし、色と番号が外から分からないよう同じ形に折ります。袋の中でよく混ぜて見ないで取り出し、一回の途中では戻さず、次の回の前には全て戻して混ぜ直します。 さらに同じ大きさの数字札0〜9を各1枚用意します。本人が各桁ごとに一枚引いて戻して混ぜ直し、十の位・一の位の順に二桁の数を作ります。00と21〜99、既に採用した番号を除き、01〜20の異なる5番号がそろうまで実行します。出た数を全て順に記録し、不採用の理由も書いてください。採用した番号の色から割合と推定枚数を求め、等しく選ばれるための工夫を説明します。

架空の出目列07,23,00,16,07,03,19,42,11では、採用は07,16,03,19,11。23と42は範囲外、00は対象外、二度目の07は重複で不採用。青3枚なので割合3/5、推定12枚。実際の本人の全出目・不採用理由・五番号に基づき計算する。各桁の前に数字札を全て戻してよく混ぜ、見ないで引くので二桁を等しく作るよう工夫する。数字札は各桁ごとに戻すが、母集団から採用する番号は同じ回に重複させない。未実施の仮の列を本人の乱数生成記録にはしない。

本人が実行した全出目と順序、各桁で戻す方法、範囲外・00・重複の理由、五つの異なる採用番号と色、割合と推定を見る。採用のために都合よく出目を書き換えない。

同じ紙・大きさの20枚を用意し、内側に番号01〜20を一つずつ書きます。01〜12は青、13〜20は橙とし、色と番号が外から分からないよう同じ形に折ります。袋の中でよく混ぜて見ないで取り出し、一回の途中では戻さず、次の回の前には全て戻して混ぜ直します。 本人が新たに5枚を取り出し、番号そのものを札に書かれた数1〜20の値として、番号・値の表と標本平均を求めます。その平均を母集団平均の見積もりとし、推定総量も別に求めてください。全20枚の数の合計210、平均10.5と比べ、標本の合計・平均・推定総量の違いを説明します。

架空の作例02,05,11,16,19では合計53、標本平均53/5=10.6。母集団平均を10.6、総量を20×10.6=212と見積もる。実際の全数は合計210、平均10.5なので、この例では平均の差0.1、総量の差2。本人の実際の五番号でも同様に合計を5で割り、平均と総量を分けて計算する。平均に20をかけた値を平均とは呼ばず、一回の見積もりが真の平均と一致する保証もしない。

本人の異なる五番号と値、実際の合計・平均・推定総量と式、210・10.5との比較、三種類の値を分けた説明を見る。

同じ紙・大きさの20枚を用意し、内側に番号01〜20を一つずつ書きます。01〜12は青、13〜20は橙とし、色と番号が外から分からないよう同じ形に折ります。袋の中でよく混ぜて見ないで取り出し、一回の途中では戻さず、次の回の前には全て戻して混ぜ直します。 本人が実際に10枚を取り出して番号と色を記録します。その後「この仮想調査では青い札だけが回答を返し、橙の札は回答しない」という仕組みを当てはめ、回答した番号・回答のない番号を分けてください。最初の10枚からの推定と、回答者だけの青の割合からの推定を計算し、無回答の偏りを説明します。この札の仮想の仕組みを、実際の人の回答と同じと断定しません。

架空の作例01,03,05,08,11,13,15,17,18,20は青5枚・橙5枚。元の標本では割合5/10で推定10枚。青の五番号だけが回答し、回答者だけでは青5/5=1、推定20枚となる。本人の実際の標本でも、青はk枚なら元の推定2k枚、回答者は青k枚だけで割合1、推定20枚。橙は母集団に8枚しかないため10枚標本の青は少なくとも2枚で、回答者0にはならない。回答が色に依存する仮想の仕組みによる偏りで、最初の選択が無作為でも回答者だけが代表的とは限らない。実際の無回答者の色や意見を勝手に決める理由にはしない。

本人の10番号と色、元の標本と仮想の回答・無回答の区別、元の2kと回答者だけの20の推定、方法の偏りと実際の人の無回答を区別した説明を見る。全て青の標本なら今回の無回答は0でも、宣言した回答の仕組みと一般化の限界を考える。

同じ紙・大きさの20枚を用意し、内側に番号01〜20を一つずつ書きます。01〜12は青、13〜20は橙とし、色と番号が外から分からないよう同じ形に折ります。袋の中でよく混ぜて見ないで取り出し、一回の途中では戻さず、次の回の前には全て戻して混ぜ直します。 本人が全20枚を実際に開いて番号順に並べ、番号・色・数値の全数表を作ります。重複と漏れを点検し、青と橙の枚数、値の合計と平均を確認します。自分の実際の5枚標本がなければ改めて抽出し、標本の見積もりと全数の結果を比べます。「全数調査だから記録の誤りも絶対ない」という考えを、番号の点検方法とともに説明してください。

本人の全数表で01〜12は青12枚、13〜20は橙8枚、合計20枚。値1〜20の合計210、平均210/20=10.5。番号01〜20が一度ずつあるか、色別の合計が20になるかを確かめる。本人の実際の五番号から青の推定4kと標本平均を計算して比較する。架空の例で番号07を二度書き08を落とすと、行数が20でも全てを正しく一度ずつ記録したことにならない。全数調査でも記録・集計の誤りを点検する必要がある。

本人が実際に並べた全20枚と全数表、重複・漏れの点検、12・8・210・10.5、本人の実施した標本との数値比較、全数と記録の正確さを分けた説明を見る。

同じ紙・大きさの20枚を用意し、内側に番号01〜20を一つずつ書きます。01〜12は青、13〜20は橙とし、色と番号が外から分からないよう同じ形に折ります。袋の中でよく混ぜて見ないで取り出し、一回の途中では戻さず、次の回の前には全て戻して混ぜ直します。 本人が実施した5枚抽出二回の記録を使います。記録がなければ全て戻して混ぜる二回を実際に行います。調査の目的、母集団、各回の標本の大きさ、方法、全番号と色、二つの推定、真の全数との比較、言えることと言えないことを含む短い報告と整理表を作ってください。次に標本を追加するか全数を確認するかを、この20枚の状況に即して理由付きで決めます。

本人の実施記録に基づく報告を作る。架空の例として第1回01,04,13,16,20は青2枚で推定8枚、第2回02,05,08,14,17は青3枚で推定12枚、真の12との差は4枚と0枚。二回の結果が違った事実は述べられるが、どの二回でもこの差になることや、実在する別の母集団にも同じ割合が当てはまることは保証しない。20枚なら全数確認が実行しやすい、または抽出の変動を見るため追加試行をするなど目的に合った判断を理由付きで述べる。この作例の報告を本人の実施済み報告にはしない。

本人の二回の実施記録と全項目を含む報告・表、実際の二推定と差、観察した結果と保証しない主張の区別、20枚という規模と目的に即した次の判断を見る。

本人がNを15,20,25のいずれか、Kを3以上N−3以下の整数から選びます。同じ紙・大きさのN枚に内側で番号01〜Nを付け、01〜Kを青、残りを橙とし、外から区別できないようにします。本人が方法を説明して実際に5枚を戻さずに取り出し、全番号と色を記録してください。自分のN,K,kで標本の割合・青の推定枚数・真のK枚との絶対差を計算し、何が確認でき何が保証できないかを報告します。

架空の作例N=25,K=9で02,07,12,18,24を選ぶと青k=2。標本の割合2/5、推定25×2/5=10枚、真のK=9枚との絶対差1枚。これは架空の例で、本人の実施記録ではない。条件内の別のN,K、本人の実際の異なる五番号と色でも、実際のk、割合k/5、推定Nk/5、|Nk/5−K|、選び方の工夫と限界を示せば認める。一回の近さや一致を、別の標本でも必ず正確になる保証にはしない。

本人が決めたN,Kと実際の札・方法、異なる五番号と色、実際のkと三つの計算、確認した事実と保証しない範囲を手動で見る。一般式や完成した作例を写しただけでは本人の調査の達成にしない。