解答: 起こらない場合を言葉と図で分け、1から引く

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/explain-complementary-events-before-subtracting-from-one/

中2 数学

1. 星が一度も出ない

   少なくとも一回は1,2,3回を含み、その全てが起こらないのは0回です。

2. 赤が0回または2回出る

   回数0,1,2のうち、1回でないのは0回と2回です。

3. 同じ一回の試行の全場合を分母に保つ

   起こる場合と起こらない場合は、同じ全体を二つに分けたものです。

4. $\frac{7}{10}$

   起こる場合と起こらない場合は全体を二分するので1−3/10=7/10です。

5. $\frac{11}{18}$

   1−7/18=18/18−7/18=11/18です。

6. $\frac{3}{4}$

   起こらない確率3/12を全体1から引き、1−3/12=9/12=3/4です。

7. $\frac{7}{9}$

   全9組のうち和1は(0,1),(1,0)の2組なので、1−2/9=7/9です。

8. $\frac{3}{4}$

   全16組のうち等しいのは(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)の4組なので、1−4/16=12/16=3/4です。

9. 青が出るか緑が出る

   赤でない全結果は青と緑です。一方だけでは反対の場合を尽くしません。

10. 0

    1−1=0です。全場合が起こる側に入るので、起こらない側には結果がありません。

11. 1

    1−0=1です。起こる側に結果が無いので、全場合が起こらない側へ入ります。

12. 求める場合と起こらない場合が全結果を漏れ・重なりなく二つに分けるから

    両者の確率の和が全体の1になることが根拠です。名前の違いや確率が等しいことは条件ではありません。

13. $\frac{5}{7}$

    ここでpは起こる確率2/7です。起こらない確率は1−p=1−2/7=5/7です。

14. 一回の起こりやすさで、短い4回の正確な回数を保証するものではない

    一回の確率と、有限回の試行で起きた正確な回数は分けて考えます。

記述問題の解答・確認の観点

公平な装置が1〜10の整数を一つ出します。4の倍数でない確率を、起こらない場合を使って求めてください。本人の全結果一覧を二つに分け、求めることが起こらない場合を言葉で書き、個数・1から引く式・同じ全場合を使う理由を説明します。直接数えた値とも照合します。

起こらない場合は「4の倍数が出る」。本人の一覧1,2,3,4,5,6,7,8,9,10で反対側は4,8の2結果、求める側は1,2,3,5,6,7,9,10の8結果。二つで全10結果を漏れ・重なりなく分ける。全結果は公平さから同様に確からしく、1−2/10=10/10−2/10=8/10=4/5。直接数えた8/10とも一致する。

本人の全10結果、二つの具体的な一覧、反対の言葉、分母10を共通にした式と照合を必須にする。4/5だけでは完了にしない。

公平な装置が1〜12の整数を一つ出します。「9未満の数が出る」確率を求めたい人が、そのことが起こらないのは「9より大きい数が出る」だと言いました。本人が全結果を二つに分け、その言い方を直して1から引く式で確率を求めてください。9の扱いと、直接数えた値との一致も説明します。

本人の全結果1〜12で求める側は1,2,3,4,5,6,7,8の8結果。反対は「9以上が出る」で9,10,11,12の4結果。「9より大きい」だと9がどちらにも入らず全体を尽くさない。全12結果は同様に確からしく、1−4/12=8/12=2/3。直接の8/12も同じ。

本人の全12結果と二つの印、9が漏れる理由、正しい反対の4結果、同じ分母12での式が必要。未満を以下へ勝手に変えて元の目標を直さない。

Aは1,2、Bは1,2,3,4,5を公平に出し、互いに影響しません。二数の和が6でない確率を、和が6になる場合を使って求めてください。本人の全結果の表へ反対側と求める側の印を分けて付け、両側の個数、全組が同様に確からしい根拠、1から引く式と直接の数え上げとの一致を説明します。

本人の表は(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5)の10組。和6は(1,5),(2,4)の2組で、反対側。残り8組が求める側。公平さと互いに影響しない条件から全10組は同様に確からしく、1−2/10=8/10=4/5。求める8組を直接数えても8/10となる。

本人の2×5の全10組、和6の2印、残り8と全体の照合、同じ全場合での引き算が必要。和の数値の種類を分母にしない。

Aは1,2,3、Bは1,2,3,4を公平に出し、互いに影響しません。二数が異なる確率を、二数が等しい場合から考えます。本人が全結果の表を作り、反対側を明示して、全場合・両側の個数・1から引く式・直接数えた値を説明してください。

本人の全12組は各A=1,2,3の行ごとにB=1,2,3,4を一度ずつ置く。(1,1),(2,2),(3,3)の3組が等しい反対側、他9組が異なる求める側。(4,4)はAの範囲外。公平さと出方の条件から各12組は同様に確からしく、1−3/12=9/12=3/4、直接の9/12とも一致。

本人の全12組が読める表、等しい3組と異なる9組、A,Bの範囲、同じ分母12を使う理由を見る。等しい組を4個に増やしたり、二つの装置を同じ範囲へ勝手に変えたりしない。

二装置A,Bはそれぞれ X,Y,Z を公平に出し、互いに影響しません。「少なくとも一方にXが出る」確率を、起こらない場合から求めます。本人が反対の言葉を書き、全組の表を二つへ分け、全場合と反対側の数から1を使う式を作ってください。求める側を直接数えた値とも照合します。

起こらないのは「どちらにもXが出ない」。本人の全9組は(X,X),(X,Y),(X,Z),(Y,X),(Y,Y),(Y,Z),(Z,X),(Z,Y),(Z,Z)。反対側は(Y,Y),(Y,Z),(Z,Y),(Z,Z)の4組、求める側は残り5組。全9組は公平さと出方の条件から同様に確からしく、1−4/9=5/9。直接の5/9と一致し、(X,X)は一度だけ数える。

本人の全9組と両側、0個のXという反対の言葉、4と5の全体への戻し、1−4/9の根拠が必要。反対を「二つともX」としたり、「少なくとも」を「ちょうど」に変えたりしない。一般の複合事象の公式は要求しない。

Aは赤,青、Bは赤,青,緑を公平に出し、互いに影響しません。求めることは「赤がちょうど一つ出る」です。ある人は、起こらない場合を「赤が一つも出ない」とだけしました。本人の全結果の表を使って言い方を直し、1から引く式で確率を求め、直接数えた値とも照合してください。

本人の全6組は(赤,赤),(赤,青),(赤,緑),(青,赤),(青,青),(青,緑)。赤がちょうど一つは(赤,青),(赤,緑),(青,赤)の3組。反対は0個または2個で、(青,青),(青,緑),(赤,赤)の3組。「一つもない」だけでは(赤,赤)がどちらにも入らない。各6組は公平さと出方の条件から同様に確からしく、1−3/6=1/2、直接の3/6とも一致する。

本人の全6組、赤の個数0,1,2の対応、反対に2個の場合を含める理由、同じ分母6の式と照合が必須。赤の出やすさを両装置で同じと仮定せず、各区別した組から数える。

公平な装置が1〜12の番号を一つ出します。目標に合わない番号は2,7,11だけで、他は全て目標に合います。ある人は「合わないのは3通りなので、求める確率は1−3/(12−3)」としました。本人の全結果一覧を二つへ分け、この分母の扱いを根拠から直し、直接数えた値とも比べてください。

本人の全12結果で反対側は2,7,11の3、求める側は1,3,4,5,6,8,9,10,12の9。全体は同じ12結果であり、反対側の確率は3/12。全体から反対側を消して分母を9にしてはいけない。正しくは1−3/12=12/12−3/12=9/12=3/4。直接の9/12とも一致する。誤式は1−3/9=2/3で、全体の区別が変わっている。

本人の全12番号と二つの一覧、誤った分母9を使えない理由、1=12/12を使った説明、直接の9/12との照合を必須にする。

公平な装置が−2,−1,1,2だけを一つずつの結果として出します。本人が、このモデルで必ず起こることと、決して起こらないことを一つずつ作ります。それぞれの起こらない場合も言葉にし、全結果を二つへ分けた印と、1から引く式で両方の確率を説明してください。

作例：本人の全4結果は−2,−1,1,2。「整数が出る」は全4結果に合い、起こらない「整数でない」は0結果なので1−0/4=1。「0が出る」は0結果で、起こらない「0でない」は全4結果なので1−4/4=0。いずれも同じ全4結果を漏れ・重なりなく分ける。本人の別の適切な必然・不可能の条件も認める。

本人が作った二つの条件と各反対の言葉、全4結果との照合、空の側と全ての側の個数、同じ分母4での二式を必須にする。0や1だけの暗記で完了にしない。

公平な装置が1〜6の整数を一つ出します。ある人が「3未満が出る確率は、4より大きい確率を1から引けばよい。二つは同時に起こらないから」としました。本人が全結果一覧へ二つの印を付け、この説明の問題を具体的な結果で示してください。正しい起こらない場合へ直して1から引き、直接数えた値も確認します。

本人の全結果1,2,3,4,5,6で「3未満」は1,2、「4より大きい」は5,6。二つは重ならないが3,4がどちらにも入らず、全体を二分しない。3未満が起こらないのは「3以上」で3,4,5,6の4結果。全6結果は同様に確からしいので、求める確率は1−4/6=2/6=1/3、直接の2/6とも一致。誤った1−2/6=2/3とは違う。

本人の全6結果、両方の外に残る3,4、重ならないだけでは不十分という理由、正しい反対の4結果と式を見る。「3未満」という元の目標を変更しない。

本人が、全結果12通り以下で全て同様に確からしい新しい試行と、確率3/4となる一つの目標を考えてください。本人の図・一覧・表で全結果を目標と起こらない場合へ分け、起こらない確率を先に求めます。公平さの条件、二つで全体を尽くす理由、1から引く式と直接数えた値を説明します。結果が何を表すかも自分で決めます。

作例：公平な表示装置が春・夏・秋・冬の四ラベルを同じ確からしさで一つ出す、と定める。本人の全結果一覧はこの4ラベル。目標「冬以外が出る」は春・夏・秋の3結果で、起こらない「冬が出る」は1結果。全体を漏れ・重なりなく3と1に分け、求める確率は1−1/4=3/4、直接の3/4と一致。実際の季節や気候の出現頻度が均等だという主張ではなく、表示装置の数学的な条件。本人の別の意味・適切な試行と目標も認める。

本人の新しい試行の意味と公平さ、全12以下の具体的な結果、正しい反対の言葉と二分、先に求めた起こらない確率、1から引いた3/4と直接の数え上げを必須にする。二段階の試行なら各段階の公平さと出方の条件も明記する。