ワークシート: 相似な立体の体積比を三乗の理由から求める

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/explain-cubed-volume-ratios-of-similar-solids/

中3 数学

準備14問は数値と比の足場です。主課題は本人が自分の立体図に対応と条件を書き、同じ向きの長さ比・体積比、三方向や体積公式からの三乗の理由、実際の体積の式・計算・単位・確認を手動で示します。T1は直方体と表面積との区別、T2は円柱、T3は円すい、T4は球、T5は体積比から長さ・表面積への逆算、T6は小と残り、T7は内側が相似な容器、T8は等体積でも相似でない反例、T9は一回だけの倍率を使った式の修正、T10は本人の数値と図による作例です。正しい対応の並べ方、分数と小数、πを残す同値表現も認めます。

1. 相似な立体A:Bの長さの比が2:3です。体積の比V_A/V_Bを数で答えてください。

   途中の計算・単位・理由・確認

   答え: _____

2. 相似な立体A:Bの長さの比が3:4で、Aの体積は54cm^{3}です。Bの体積は何cm^{3}ですか。

   途中の計算・単位・理由・確認

   答え: _____

3. 相似な立体A:Bの長さの比が4:5で、Bの体積は250cm^{3}です。Aの体積は何cm^{3}ですか。

   途中の計算・単位・理由・確認

   答え: _____

4. 相似拡大で全ての対応する長さを1.5倍にします。元の体積が16cm^{3}なら拡大後は何cm^{3}ですか。

   途中の計算・単位・理由・確認

   答え: _____

5. 相似縮小で全ての対応する長さを1/2倍にします。元の体積が96cm^{3}なら縮小後は何cm^{3}ですか。

   途中の計算・単位・理由・確認

   答え: _____

6. 相似な立体A:Bの体積比が8:125です。正の長さの比を数A/Bで答えてください。

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

7. 相似な立体A:Bの体積比が27:64です。表面積の比S_A/S_Bを数で答えてください。

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

8. 円柱Aの半径は2cm、高さは6cm、相似な円柱Bの半径は3cm、高さは9cmです。体積の比V_A/V_Bを数で答えてください。

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

9. 相似な円すいA:Bの全ての対応する長さの比が2:3で、Aの体積は40cm^3です。Bの体積は何cm^3ですか。

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

10. 一辺4cmの立方体の内部から、一辺3cmの立方体を取り除きます。残りの体積は何cm^3ですか。

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

11. 円柱Aは半径2cm・高さ6cm、Bは半径3cm・高さ6cmです。高さは変えていません。体積比A:Bはどれですか。

    - 1:1
    - 4:9
    - 8:27
    - 2:3

    途中の計算・単位・理由・確認

    答え: _____

12. 相似な立体A:Bの長さの比が3:5です。表面積比と体積比の正しい組はどれですか。

    - 表面積27:125・体積9:25
    - 表面積3:5・体積9:25
    - 表面積9:25・体積27:125
    - 表面積も体積も3:5

    途中の計算・単位・理由・確認

    答え: _____

13. 相似な立体A:Bの体積比が1:8です。正の長さの比はどれですか。

    - 1:2
    - 1:4
    - 2:1
    - 1:8

    途中の計算・単位・理由・確認

    答え: _____

14. 二つの直方体の体積がどちらも24cm^{3}です。これだけから言えることはどれですか。

- 対応する全ての辺の比が必ず2:3である
- 必ず相似比1:1である
- 相似や合同とは限らない
- 必ず合同である

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

考え方を説明する

ここからは講師と確認する記述問題です。自動確認の点数には含みません。

直方体Aの三辺は2,3,5cm、相似な直方体Bの対応する三辺は6,9,15cmです。本人が自分の二つの見取図へ対応を記し、両体積と体積比を求めます。三つの長さに倍率がかかる理由を体積の式で説明し、両表面積とその比も計算して区別してください。

途中の計算・単位・理由・確認

相似な二つの円柱A,Bで、半径と高さはAが3cmと4cm、Bが4.5cmと6cmです。本人が自分の見取図に底面の半径と底面に垂直な高さを書き、両体積と体積比をπを用いて求めます。半径の二乗と高さの倍率から三乗になる理由を説明してください。

途中の計算・単位・理由・確認

底面が円で頂点が底面の中心の真上にある円すいA,Bで、半径と底面に垂直な高さはAが2cmと9cm、Bが6cmと27cmです。二つは相似です。本人が自分の見取図へ半径と高さを記し、両体積と比を求め、公式の1/3が体積比にどう関わるか説明してください。

途中の計算・単位・理由・確認

半径3cmと5cmの球A,Bです。球の体積は$V=(4/3)\pi r^3$を使えます。本人が自分の二球の見取図へ半径を記し、両体積と体積比をπを用いて求めます。どの係数が約分され、長さの三乗が残るかを式で説明してください。

途中の計算・単位・理由・確認

相似な二つの直方体A,Bの体積は24cm^3と81cm^3です。Bの対応する高さは6cm、表面積は117cm^2です。本人が自分の図へ対応を書き、正の長さの比、Aの高さと表面積を求めます。体積比を高さや表面積へそのまま使わず、三乗と二乗で確認してください。

途中の計算・単位・理由・確認

一辺6cmの立方体の内部から、中心を同じにした一辺4cmの立方体を取り除きます。本人が自分の見取図で小と全体・残りを分け、両立方体と残りの体積を求めます。小:全体と小:残りの体積比をそれぞれ示し、なぜ残りへ三乗の比を直接使わないか説明してください。

途中の計算・単位・理由・確認

容器の内側の形も相似な拡大で、内側の全ての対応する長さを5/4倍にします。元の容量は320mLです。本人が自分の模式図へ内側の対応と条件を書き、新しい容量をmLとcm^3で求めます。外側の見た目だけで容量比を決められない理由も説明してください。

途中の計算・単位・理由・確認

直方体Aの三辺は2,3,4cm、Bは1,4,6cmです。ある人は「どちらも体積24cm^3だから相似比1:1」と言いました。本人が自分の二つの図と両体積を書き、辺の対応を入れ替える可能性も考えて、相似だと決められない理由を具体的な比で説明してください。

途中の計算・単位・理由・確認

相似拡大で全ての対応する長さを3/2倍にし、元の体積は16cm^3です。ある人は「$16\times3/2=24\text{cm}^3$が拡大後の体積」と言いました。本人が三方向の変化を示す自分の立体図を描き、式を直して体積を求め、元の比で確認してください。

途中の計算・単位・理由・確認

本人が2以上4以下の整数rと2以上5以下の整数sを一つずつ選びます。直方体Aの三辺をr,2r,3rcm、Bをsr,2sr,3srcmとした具体的な二図を描いてください。相似を確かめて各体積と長さ・体積の比を求め、三乗になる理由を本人の数値を入れた式で説明します。一般式だけでは終えません。

途中の計算・単位・理由・確認