解答: 長方形・ひし形・正方形の関係を、自分の図で説明する

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/explain-inclusive-quadrilateral-families-with-own-diagrams/

中2 数学

1. 平行四辺形・長方形・ひし形・正方形

   正方形なので、長方形とひし形の両方、そして平行四辺形にも属します。

2. 平行四辺形・長方形だけ

   長方形と平行四辺形です。隣り合う辺が等しくないので、ひし形と正方形ではありません。

3. 平行四辺形・ひし形だけ

   ひし形と平行四辺形です。直角でない角をもつため、長方形と正方形ではありません。

4. 平行四辺形だけ

   この四つの中では平行四辺形だけです。全角直角でも四辺等長でもありません。

5. 平行四辺形・長方形・ひし形・正方形

   回しても定義を満たす長さと角は変わらず、四つの名前すべてが当てはまります。

6. 平行四辺形・長方形・ひし形・正方形

   長方形の対辺は等しいため四辺とも7で、正方形です。四つの名前すべてが当てはまります。

7. 平行四辺形・長方形・ひし形・正方形

   ひし形は平行四辺形なので、対角は等しく隣り合う角の和は180°。四角すべて90°となり、正方形です。

8. 正方形全体

   両方の定義、すなわち四角すべて直角かつ四辺等長を満たすので、ちょうど正方形全体です。

9. どちらも他方全体を含まず、共通部分は正方形全体

   5×9の長方形と70°のひし形が、一方が他方全体を含まない根拠になります。正方形は両方に属します。

10. すべての長方形は平行四辺形

    長方形は二組の対辺がそれぞれ平行なので、平行四辺形です。逆は一般に成り立ちません。

11. 四辺が等しいので二組の対辺もそれぞれ等しく、証明済みの条件を使えるから

    二組の対辺がそれぞれ等しければ平行四辺形になる、という既習の条件を使えます。直角は必要ありません。

12. 隣り合う辺が5と9で、四角すべて直角の長方形

    この長方形はひし形に属さないので、長方形全体がひし形に入るという主張への反例になります。

13. 正しくない。隣り合う辺が異なり角が55°の平行四辺形は、どちらにも属さない

    長方形の領域とひし形の領域の外にも、平行四辺形はあります。正方形は逆に両方に属します。

14. 正方形→長方形→平行四辺形、かつ正方形→ひし形→平行四辺形

    正方形からは長方形とひし形の両方へ矢印が必要で、どちらも平行四辺形へ含まれます。長方形全体とひし形全体の間には、この意味の矢印を引けません。

記述問題の解答・確認の観点

四つの種類の包含図を自分で描いてください。平行四辺形の領域の中で長方形とひし形がどう重なり、正方形がどこに入るかを示します。さらに「平行四辺形だけ」「長方形だがひし形でない」「ひし形だが長方形でない」「両方に属する」の四領域について、自分で条件を決めた四角形を一つずつ実際に描き、各位置に置いた理由を書きます。

例：平行四辺形を外枠にし、長方形とひし形を重ね、重なりを正方形とする。順に、隣り合う辺4と7・角55°の平行四辺形、5×9の長方形、四辺6・角70°のひし形、辺3の正方形を描く。それぞれ全角直角か、四辺等長かを確かめ、四領域に対応させる。

本人の包含図と四つの実際の図形、定義の成立・不成立の根拠を確認する。ひし形と長方形を離したり片方全体を他方へ入れたりしない。領域の大きさや個数比は評価しない。

自分で正方形を描き、その向きを変えた図も描いてください。二つの図について、当てはまる四つの名前をすべて書きます。自分の包含図のどこに入るかを示し、向きを変えても分類が変わらない理由を、長さと角の定義で説明します。

例：辺4の正方形を描き、紙上で回した同じ正方形を描く。両方とも四辺4、四角すべて90°なので、正方形・長方形・ひし形・平行四辺形に属する。包含図の長方形とひし形の共通部分に置く。回転で長さと角が変わらないことを理由にする。

本人が描いた二つの向きの正方形と包含図、四つの名前と各定義の根拠を見る。斜めだからひし形だけ、という判定にしない。

自分で辺の長さを決め、長方形だがひし形ではない四角形を描いてください。包含図ではどこに入りますか。長方形・平行四辺形に属する根拠と、ひし形・正方形に属さない根拠を分けて説明します。

例：縦2、横7の長方形を描く。四角すべて直角で、向かい合う辺がそれぞれ平行なので長方形と平行四辺形。隣り合う辺2と7が異なるので四辺等長ではなく、ひし形・正方形ではない。包含図の長方形の中、ひし形の外に置く。

本人の具体的な図と包含図、二つの所属・二つの非所属の根拠を見る。等しくない隣接二辺を、等しくない対辺に置き換えない。

自分で辺の長さと直角でない角を決め、ひし形だが長方形ではない四角形を描いてください。自分の包含図に位置を示し、平行四辺形にも属する理由、長方形・正方形に属さない理由を書きます。

例：四辺が5、一つの角が60°のひし形を描く。四辺等長なのでひし形。二組の対辺もそれぞれ等しく、既習の条件で平行四辺形。60°は直角でないため長方形・正方形ではなく、包含図のひし形の中、長方形の外に置く。

本人の実際のひし形と包含図、四辺等長の確認、既習条件による平行四辺形への所属、直角でない角による非所属を見る。角度の見た目だけに頼らない。

長方形にもひし形にも属さない平行四辺形を、自分で辺と角の条件を決めて描いてください。自分の包含図にその位置を示します。二種類の領域を合わせても平行四辺形全体にならないことを、この図と定義から説明してください。

例：隣り合う辺3と8、一つの角が65°で、二組の対辺がそれぞれ平行な四角形を描く。65°の角があるため長方形ではなく、隣り合う辺3と8が異なるためひし形でもない。平行四辺形の枠の中で、長方形・ひし形の両方の外に置ける。

本人の平行四辺形と包含図、平行という条件、直角の不成立と四辺等長の不成立を確認する。二種類のどちらかに必ず入る、としない。

ある人が、平行四辺形の中に長方形、その中にひし形、その中に正方形を入れた一直線の入れ子図を描きました。どの包含が誤りか、自分の四角形の例で示してください。その後、自分で正しい包含図を描き直し、正方形の位置も説明します。

誤りは、ひし形全体を長方形全体の中へ入れた部分。例として四辺が4で角が80°のひし形を自分で描けば、直角でなく長方形ではない。正しくは長方形とひし形を重ねて両方を平行四辺形の中へ置き、共通部分を正方形とする。

本人の反する具体例と、その例がひし形の定義を満たし長方形の定義を満たさない根拠、修正した包含図、正方形の位置を見る。元の誤った矢印と別向きの命題を否定して済ませない。

長方形全体とひし形全体の共通部分が、正方形全体とちょうど一致することを説明します。自分の重なり図と、共通部分に入る自分の具体的な四角形を描いてください。「両方に入るなら正方形」と「正方形なら両方に入る」の二方向を、定義から書きます。

両方に入る四角形は、長方形の定義で四角すべて直角、ひし形の定義で四辺すべて等しく、正方形。逆に正方形は四角すべて直角で四辺すべて等しいので、長方形でもひし形でもある。例として辺6の正方形を本人が描き、重なりに置く。この例だけで一般の説明を済ませない。

本人の重なり図と具体例、二方向の定義に基づく一般の説明を確認する。一つの例だけから、共通部分全体の一致を結論しない。

四つの名前のうち一つだけを選ぶ分類と、当てはまる名前を全部付ける分類はどう違いますか。自分で少なくとも三つの四角形を描き、その中に正方形を必ず一つ含めます。各図に当てはまる名前を全部付け、自分の包含図の位置と対応させて、二つの分類方法の違いを説明してください。

例：辺2の正方形、3×8の長方形、四辺7・角50°のひし形を描く。正方形には四つの名前、3×8の長方形には長方形・平行四辺形、50°のひし形にはひし形・平行四辺形を付ける。「最も限定した名前」一つだけなら順に正方形・長方形・ひし形だが、全部の名前を付けると包含に沿って複数になる。本人の包含図にも対応させる。

本人の三図以上と包含図、正方形を含むこと、全ての適用可能な名前と、最も限定した一名称との区別を見る。正方形の長方形・ひし形への所属を落とさない。

A→Bを「Aに属するすべての図形はBにも属する」と決め、四種類の関係を自分で矢印図にしてください。次に同じ関係を領域の重なり図でも描きます。自分の正方形を一つ実際に描いて両方へ対応させ、正方形から二方向の矢印が必要な理由を説明します。

正方形→長方形→平行四辺形と、正方形→ひし形→平行四辺形の二経路を描く。例えば辺5の正方形を自分で描き、長方形とひし形の両定義を満たすので両方へ矢印を出す。重なり図ではこの正方形を共通部分へ置く。長方形とひし形のどちらか全体が他方へ入る矢印は付けない。

本人の二種類の関係図と正方形、矢印の意味を保った向き、長方形とひし形の両領域への所属と共通部分の対応を見る。一本の木にするため正方形の片方の所属を消さない。

四つの種類の所属や包含について、誤りだと思う主張を自分で一つ作ります。前の図や数値を写すだけでなく、新しい自分の四角形を描いて、その主張のどこが誤りかを定義で示してください。正しい関係へ書き換え、自分の包含図にもその関係を示します。

例：「辺が斜めに見える正方形は、長方形ではない」という主張を作る。本人が辺3.5の正方形を回した図を描けば、四角は90°のままで長方形の定義を満たし反例になる。「正方形は向きによらず長方形であり、ひし形でもある」と直し、包含図の共通部分に置く。別の種類どうしの有効な主張と新しい例でもよい。

本人が考えた主張と新しい図、定義に基づく誤りの根拠、修正した一般の関係と包含図を見る。同じ見た目の名前だけを入れ替えた説明で済ませない。