解答: 多角形の内角と外角の関係を説明する

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/explain-polygon-interior-and-exterior-angle-sums/

中2 数学

1. 6

   8−2=6個。対角線の本数5本とは区別します。

2. 7

   自分自身と隣の二頂点を除くので10−3=7本です。

3. 1260

   三角形7個に分かれるので180×(9−2)=1260°です。

4. 1980

   三角形11個に分かれるので180×(13−2)=1980°です。

5. 11

   180(n−2)=1620よりn−2=9、n=11です。

6. 360

   180n−180(n−2)=360°で、頂点の数によらず一定です。

7. 43

   180−137=43°です。

8. 160

   外角は360÷18=20°、内角は180−20=160°です。

9. 15

   等しい24個の外角の和が360°なので360÷24=15°です。

10. 9

    360÷40=9より正九角形です。

11. 12

    内部の点と各辺で一つずつ三角形ができるので12個です。

12. 360

    内部の一点の周りを一周する360°を引きます。

13. 180

    辺の途中の点Pでは、多角形の内側に集まる角が一直線の180°になるので、それを引きます。

14. 15

    17−2=15個です。対角線は17−3=14本です。

記述問題の解答・確認の観点

自分で凸五角形ABCDEを紙や授業用ボードに描き、Aからの対角線で三角形に分けます。対角線の本数と三角形の個数を数え、五角形の内角の和を求める理由を、図と途中式で説明してください。

AからACとADの2本を引き、ABC・ACD・ADEの3個の三角形に分けます。三角形の角が五角形の内角を重なりなく埋めるので、内角の和は180°×3=540°。別の頂点からの同じ分割も認めます。

本人の凸五角形、重なりや欠けのない分割、2本と3個の区別、内角の対応と180×3の根拠を見る。

自分で凸七角形を描き、一頂点から三角形に分けて内角の和を説明します。続けて凸n角形について、対角線の本数と三角形の個数をnで表し、内角の和の式が成り立つ理由を述べてください。

七角形では対角線4本、三角形5個で、内角の和180×5=900°。凸n角形では自分自身と隣の二頂点に対角線を引かないのでn−3本、扇状に三角形n−2個に分かれます。それらの角が内角を重なりなく埋めるので180(n−2)°です。

本人の七角形の分割図、具体的な4本・5個と一般のn−3・n−2、角が重なりなく対応する根拠を見る。

自分で凸六角形と、その内側の点Oを描き、Oとすべての頂点を結んでください。三角形の個数と余分に加えた角を説明して内角の和を求め、凸n角形でも同じ方法の式を書きます。

六角形はOを頂点とする6個の三角形に分かれます。三角形の角の和1080°にはOの周り360°が入るので、六角形の内角の和は180×6−360=720°。一般に三角形n個から中心360°を引き、180n−360=180(n−2)°です。

本人の内部の点と分割図、中心の角を引く理由、具体例と一般式が同じ数え方で結ばれることを見る。

自分で凸六角形ABCDEFを描き、辺ABの途中に点Pを取ります。Pと残りの頂点を結んで三角形に分け、三角形の個数とPで余分に数えた角を説明してください。内角の和を求め、凸n角形の式へ一般化します。

PC・PD・PE・PFで5個の三角形に分かれます。Pには一直線の180°が集まるので、六角形の内角の和は180×5−180=720°。凸n角形では三角形n−1個からPの180°を引き、180(n−1)−180=180(n−2)°です。

本人がPを頂点でなく辺の途中に置いた図、5個とPの180°、n−1個への一般化を根拠とともに記述することを見る。

凸n角形の各頂点で、周りを同じ向きに進むときの外角を一つずつ選びます。各内角をa1,…,an、対応する外角をb1,…,bnとし、外角の和が頂点数によらず360°になる理由を、内角の和と一頂点の関係から説明してください。

各頂点でai+bi=180°なので、全頂点では内角の和+外角の和=180n°。内角の和180(n−2)°を引くと、外角の和=180n−180(n−2)=360°。各頂点で一つずつ、合計n個の外角を数えていることが前提です。

本人が一頂点の関係、全頂点での個数、内角の和の代入と整理を順に説明することを見る。360°だけの回答では不可。

ある人は、凸五角形の各頂点にある二つの外角を両方とも数え、全頂点の外角の和を720°としました。「外角の和360°」という性質と矛盾するかを、何をいくつ数えたかを明らかにして説明してください。

一頂点の二つの外角は、それぞれ内角の補角で等しいため、両方を数えると、一つずつ選んだ和を二重に数えます。五頂点で10個を数えた和なら2×360=720°となります。性質の360°は同じ向きに一つずつ選んだ5個の和なので、数えた対象が異なり矛盾しません。

本人が5個と10個を区別し、二重計数と外角の和の前提を説明することを見る。値の否定だけでは不可。

ある凸六角形の五つの内角は95°、120°、135°、110°、125°です。残りの内角と、それに隣り合う外角を求め、六つの外角を一つずつ書いて和を確認してください。さらに、この一例の確認だけで全凸多角形の外角の和を説明できたと言えるか述べます。

内角の和720°から五角の和585°を引き、残り135°。その外角は45°。六つの外角は85°、60°、45°、70°、55°、45°で、和360°です。ただし一例の確認だけではすべてについての根拠にはならず、nを使った内角の和と180nとの差などで一般に説明する必要があります。

本人の途中式、各内角に対応する外角6個と和、具体的確認と一般的説明の区別を見る。

内角の和が2340°の凸多角形について、頂点の数を求めてください。単に割り算の答えを書くのでなく、三角形分割に基づく式と、求めた頂点数・三角形数・内角の和の確認まで説明します。

180(n−2)=2340よりn−2=13、n=15。凸十五角形を一頂点から分割すると三角形13個になり、180×13=2340°。13は三角形数であり頂点数ではありません。

本人がnの意味、方程式、13個と15頂点の区別、分割に基づく再確認を記述することを見る。

ある凸多角形では、同じ向きに一つずつ選んだ外角がすべて24°です。頂点数と各内角を求めて理由を説明し、この情報だけで辺の長さもすべて等しい正多角形だと断定できるか検討してください。

外角の和360°なので24n=360よりn=15。各内角は180−24=156°。すべての角が等しいことは分かるが、辺の長さがすべて等しいという情報はないため、正多角形とまでは断定できません。

本人が等しい外角をn個足す式、内角との補角、等角と等辺を区別した説明をすることを見る。特定の反例図や長さの構成は必須にしない。

凸n角形から凸(n+1)角形へ頂点数が一つ増えたとき、内角の和がいくら増え、外角の和がどう変わるかを説明してください。自分でnを一つ選んだ具体例と一般の式の両方を用い、三角形の個数や180°の組の数にも触れます。

例としてn=5では内角の和540°から六角形720°へ180°増え、外角の和はどちらも360°。一般には180((n+1)−2)−180(n−2)=180°で、扇状に分ける三角形も一つ増えます。一頂点ずつの内角+外角の180°も一組増えるため、内角の和を引いた外角の和は変わりません。

本人の別の有効なnの例、一般の差、三角形一個と一組の180°、外角の和が一定となる理由を見る。単に公式二つを並べるだけでなく変化の対応を説明する。