解答: 平方根の意味を区別し、二乗から一つの値の範囲を確かめる

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/explain-square-root-meaning-and-refine-one-value-bounds/

中3 数学

1. 12

   $12^2=144$で、$\sqrt{144}$は正の方の12です。

2. 小さい平方根 = −11 / 大きい平方根 = 11

   $(-11)^2=11^2=121$で、二つの平方根は−11と11です。

3. $\frac{4}{5}$

   $0.8^2=0.64$なので$0.8=4/5$です。負の方は$\sqrt{0.64}$の値ではありません。

4. 小さい平方根 = $-\frac{7}{10}$ / 大きい平方根 = $\frac{7}{10}$

   $(7/10)^2$も$(-7/10)^2$も49/100です。

5. 13

   $(-13)^2=169$、$\sqrt{169}$は正の13です。

6. 0

   0を二乗すると0。0の平方根は0だけです。

7. 7

   $7^2=49<53<64=8^2$なので$7<\sqrt{53}<8$です。

8. 8

   $49<53<64$なので端は7と8です。

9. $\sqrt{20}$と$-\sqrt{20}$

   二乗して20になる正と負の二つです。

10. 二乗して18になる正の数一つ

    $18>0$なので$\sqrt{18}$は正の平方根一つを表します。

11. 平方根はない

    どんな実数の二乗も0以上で、−12にはなりません。

12. $3<\sqrt{13}<4$

    端の3と4は正で、二乗が13を挟むので$3<\sqrt{13}<4$です。

13. $3.74<\sqrt{14}<3.75$

    得られたのは正の平方根の範囲であり、有限小数との厳密な等号ではありません。

14. 両端を二乗し、その間にaがあるか調べる

    正の範囲で、端の二乗と根号の中のaを比較します。

記述問題の解答・確認の観点

本人が「$\sqrt{169}$の値」と「169の平方根を全て」の二つへ、それぞれ答えてください。各答えを二乗する式と、根号の表す一つの値・正負の二つの数の違いを、具体的な数と文で説明します。

$\sqrt{169}=13$。169の平方根は13と−13で、$13^2=169$、$(-13)^2=169$。$\sqrt{169}$は正の方の13一つで、$\sqrt{169}=\pm13$とはしない。本人が二つの問いと各二乗を対応させる。

本人の二つの答え方・各二乗の式・一値と二根の区別を見る。±の記号だけを説明の代わりにしない。

本人が0.49、0、−0.49の平方根を、実数の範囲で調べます。それぞれある数を全て挙げるか、ない理由を二乗と符号で説明してください。「平方根はどんな数でも正負二つ」という説明を直します。

0.49の平方根は0.7と−0.7で、各二乗0.49。0は0だけで$0^2=0$、−0と0は同じ数。−0.49は実数の二乗が0以上なので平方根なし。正の数には二つ、0には一つ、負の数には実数の平方根なしと範囲を分ける。

本人の三つの場合と二乗・符号の根拠、0を二つの異なる数としない修正を見る。

面積が58cm²という説明用の正方形の一辺を考えます。本人が辺の正確な値を根号と単位で表し、連続する二整数の平方を計算して辺の長さを挟んでください。数として負の平方根があることと、辺に使う値の違いも説明します。

辺は$\sqrt{58}$cmで正。$7^2=49<58<64=8^2$より$7<\sqrt{58}<8$、長さは7cmと8cmの間。58の数の平方根には$-\sqrt{58}$もあるが、辺の長さには正の$\sqrt{58}$を使う。面積からの計算であり、実測の長さを報告していない。

本人の根号とcm・二つの整数の平方・厳しい不等式・正の辺の理由を見る。三平方の定理の作図を追加必須にはしない。

$\sqrt{43}$を、まず連続する整数、次に0.1だけ違う正の小数の端で挟んでください。本人が使った各端の二乗を実際に計算し、43との比較と、$\sqrt{43}$の範囲を段階ごとの式と文で示します。

$6^2=36<43<49=7^2$より$6<\sqrt{43}<7$。$6.5^2=42.25<43<43.56=6.6^2$より$6.5<\sqrt{43}<6.6$。本人の別の正しい端の選択でも、差0.1で平方が挟むか確認する。

本人の四つの平方の値・43との比較・正の端と二段階の不等式を見る。根号キーの表示だけにしない。

$\sqrt{14}$を、整数、0.1だけ違う小数、0.01だけ違う小数の端で順に挟んでください。本人が全ての端の二乗を計算し、三段階の範囲を示します。最後の小数のどちらかを正確な$\sqrt{14}$と等号で結んでよいかも説明してください。

$3^2=9<14<16=4^2$。$3.7^2=13.69<14<14.44=3.8^2$。$3.74^2=13.9876<14<14.0625=3.75^2$。従って$3<\sqrt{14}<4$、$3.7<\sqrt{14}<3.8$、$3.74<\sqrt{14}<3.75$。どちらの最後の端も平方が14と等しくないので、$\sqrt{14}$そのものと厳密な等号で結ばない。

本人の六つの平方・全比較・三段階の不等式・近似と等号の区別を見る。最後の範囲だけで終えない。

ある人は「$\sqrt{22}=4.7$。電卓で近く見えたから正確に等しい」と言いました。本人が4.69と4.7の二乗を実際に計算し、22との比較から$\sqrt{22}$の範囲を示してください。4.7の使い方を、近似と正確な等号を区別した文へ直します。

$4.69^2=21.9961<22<22.09=4.7^2$より$4.69<\sqrt{22}<4.7$。$4.7^2$は22ではないので$\sqrt{22}=4.7$と厳密には書けない。4.7を近似値として使うことと、根号が表す正確な値を区別し、必要な精度も示す。

本人の二つの平方・比較と不等式、元の等号の修正理由を見る。有限の電卓表示を真の値全体とはしない。

ある人は「$\sqrt{((-9)^2)}=-9$」としました。本人が根号の中を先に計算し、根号の表す値の符号を確かめて修正してください。$-\sqrt{81}$という式の値と、81の平方根を全て挙げる答えとも区別して説明します。

$(-9)^2=81$なので$\sqrt{((-9)^2)}=\sqrt{81}=9$。$-\sqrt{81}$は根号の外の負号により$-9$、81の平方根を全てなら$9$と$-9$。根号の中の元の$-9$をそのまま外へ戻さず、二乗と正の平方根、外側の符号を順に分ける。

本人の三つの値・答え方と各符号の理由を確認する。根号の範囲の括弧を曖昧にしない。

$3.74<\sqrt{14}<3.75$が分かったので、「小数第3位を四捨五入して小数第2位までなら必ず3.75」と言う人がいます。本人が境目3.745の二乗を計算して14と比べ、丸めた値を決めてください。最初の範囲だけで決まらなかった点も説明します。

$3.745^2=14.025025>14$なので$\sqrt{14}<3.745$。既知の$3.74<\sqrt{14}$と合わせ、四捨五入の境目より下だから小数第2位までの近似値は3.74。最初の3.74と3.75の間には境目3.745があるので、その範囲だけではどちら側か決まらない。正確な値が3.74と等しいという意味ではない。

本人の境目の正確な平方・14との比較・正の大小・丸めた3.74と近似の説明を見る。0.01刻みの端を見て一方へ決め付けない。

本人が26以上80以下の整数nで、整数の平方ではない数を一つ選びます。nの正負の平方根を根号で示し、正の方を連続する二整数で挟んでください。本人の数値・両端の平方・不等式と、二根と$\sqrt{n}$の違いを文で示します。

作例n=55なら平方根は$\sqrt{55}$と$-\sqrt{55}$。$7^2=49<55<64=8^2$で$7<\sqrt{55}<8$。$\sqrt{55}$は正の一つの値で、55の二根は正負二つ。本人の条件に合う別のnでもよい。選んだ数が整数の平方でないことも両端の厳しい比較で確かめる。

本人が選んだ範囲内の非平方数、両平方根と正の方の整数範囲・実際の二乗の根拠を見る。作例を唯一の答えにしない。

本人が10以上40以下の整数nで、整数の平方ではない数を一つ選びます。$\sqrt{n}$を差が0.1の二つの0以上の小数の端で挟んでください。本人のnと端の値、各二乗・nとの比較・不等式を実際に書き、正確な根号の値と近似の違いを説明します。

作例n=26、端5.0と5.1なら$5.0^2=25<26<26.01=5.1^2$、$5.0<\sqrt{26}<5.1$。$\sqrt{26}$が正確な値で、有限小数の端との厳密な等号ではない。本人の別のnと差0.1の有効な二端も認める。

本人が選ぶ非平方数と差0.1の二端、符号と両平方、厳しい不等式・近似の説明を見る。電卓の根号表示だけや一般的な手順だけで完了にしない。