# 解答: 相似な平面図形の面積比を二乗の理由から求める

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/explain-squared-area-ratios-of-similar-plane-figures/

中3 数学

1. $\frac{4}{9}$

   S_A/S_B=(2/3)²=4/9です。

2. 50

   面積比は9:25なので18×25/9=50cm²です。

3. 27

   面積は1.5²=2.25倍なので12×2.25=27cm²です。

4. 32

   面積比は16:49なので98×16/49=32cm²です。

5. $\frac{3}{4}$

   長さは正なので√9/√16=3/4です。

6. $\frac{4}{25}$

   面積は0.4²=0.16=4/25倍です。

7. $\frac{25}{64}$

   25π/(64π)=25/64です。

8. $\frac{9}{49}$

   円周の比は半径の比と同じ3:7なので面積比は9:49です。

9. 12

   △ADE∽△ABCで面積比は4:25。75×4/25=12cm²です。

10. 63

    小は75×4/25=12cm²なので、残りは75−12=63cm²です。

11. 相似を確認できず、その二乗を根拠にできない

    対応を4と6、6と7とすると二比2/3と6/7は異なり、逆向きの対応でも比はそろいません。実際の面積比は24:42=4:7です。

12. 2:3

    面積=底辺×同じ高さ÷2なので、面積比は底辺の比2:3です。

13. 4倍

    底辺も対応する高さも2倍になるので面積は2×2=4倍です。

14. 2:5

    正の平方根から長さの比は2:5です。

## 記述問題の解答・確認の観点

相似な直角三角形A,Bで、対応する底辺と高さはAが4cmと6cm、Bが10cmと15cmです。本人が二つの自分の図に直角・対応する底辺と高さを書き、各面積と面積比を計算します。長さの比が二回かかることを面積の式から説明し、同じ向きの比で確かめてください。

本人の二図へ対応と直角を書く。長さの比は4/10=6/15=2/5。面積$S_A=4\times6/2=12\text{cm}^2$、$S_B=10\times15/2=75\text{cm}^2$。$S_A/S_B=12/75=4/25=(2/5)^2$。底辺と高さがそれぞれ5/2倍になるため、面積は25/4倍。係数1/2は比で約分される。

本人の直角三角形の図と底辺・高さの対応、$12/75\text{cm}^2$の実計算、長さ2:5と面積4:25の区別、二方向と面積の式による理由・確認を見る。

L字形Aは一辺6cmの正方形の右上から一辺4cmの正方形を取り除いた形です。L字形Bは全ての対応する長さを1.5倍にした相似拡大です。本人が自分の二図へ外側と切り取る正方形の辺を書き、両方の面積と比を計算します。差で求めても二乗の倍率になる理由を式で説明してください。

本人の二つのL字図でAの外6・除く4cm、Bの外9・除く6cmを対応させる。$S_A=6^2-4^2=36-16=20\text{cm}^2$、$S_B=9^2-6^2=81-36=45\text{cm}^2$。$S_B=1.5^2(6^2-4^2)=2.25\times20=45\text{cm}^2$。A:Bの長さは2:3、面積は20:45=4:9。外側と除く部分の両方に同じ二乗がかかる。

本人のL字二図と二つの辺の対応、$20/45\text{cm}^2$の差の計算、外側・除く部分とも二乗になる式、長さ2:3と面積4:9の確認を見る。

円A,Bの半径はそれぞれ3cmと5cmです。本人が自分の二円の図に半径を記し、円周と面積をπを用いてそれぞれ求めます。長さの比と面積の比を分け、面積比でπがどう扱われるかを式で説明してください。

本人の二円に半径3,5cmを書く。円周は6π,10πcmで比3:5。面積は9π,25π$\text{cm}^2$で比9:25。$(\pi\times3^2)/(\pi\times5^2)=9/25$なのでπは約分され、半径の比3/5が二乗される。円周を二乗せずに面積として使わない。

本人の二円と半径、円周6π/10πcmと面積9π/25π$\text{cm}^2$、二つの比・πの約分と二乗の説明を確認する。

△ABCでA,D,BとA,E,Cの順、DE∥BC、AD=6,AB=10cmです。△ABCの面積は$125\text{cm}^2$。本人が自分の図へ条件を書き、小さい△ADEと、ABCからADEを除いた残りの面積を求めます。小:全体と小:残りの面積比をそれぞれ示してください。

本人の図で小と全体を区別する。平行線の角から△ADE∽△ABC、長さの比は6/10=3/5。面積比は9/25なので小は$125\times9/25=45\text{cm}^2$、残りは$125-45=80\text{cm}^2$。小:全体=45:125=9:25、小:残り=45:80=9:16。残りを小と相似だと仮定せず差を使う。

本人の図・平行からの相似と長さ3:5、二乗と$45/80\text{cm}^2$の計算、9:25と9:16を区別する理由と確認を見る。

△ABCでA,D,BとA,E,Cの順、DE∥BC、AD:DB=2:3です。△ABCの面積は75cm²。本人が自分の図で部分と全体を区別し、AD:AB、ADE:ABCの面積比、小と残りの面積を求めて、なぜ(2/3)²を使わないか説明してください。

本人の図にADの2こ分、DBの3こ分、ABの5こ分を書く。△ADE∽△ABCの対応はADとABなので長さの比2:5、面積比4:25。小は75×4/25=12cm²、残りは63cm²。2:3はADとDBの部分比であり、対応する相似三角形の辺ADとABの比ではない。12/75=4/25と確認する。

本人の部分・全体の図、2:5へ直す理由、4:25と12/63cm²の計算、誤った二乗の対象を具体的に説明したかを見る。

縮尺1:500の平面図で、ある敷地を表す図形の面積は24cm²です。平面図と実際の敷地の形は相似で、長さの縮尺は同じ単位で定めています。本人が自分の模式図へ長さと面積の関係を書き、実際の面積をcm²とm²の両方で求めます。倍率と単位変換を別々に説明してください。

本人の図で図上の長さ1cmに実際500cmが対応すると書く。実際の面積は500²=250000倍なので24×250000=6000000cm²。1m²=10000cm²より6000000/10000=600m²。長さの500倍と面積の250000倍、cm²からm²の10000分の1を区別する。

本人の図の同単位の縮尺、500²と6000000cm²の実計算、1m²=10000cm²から600m²への変換、倍率と単位の区別を見る。

相似な二つの長方形A,Bの面積は18cm²と50cm²で、Bの周の長さは30cmです。本人が自分の図へ対応と面積を書き、正の長さの比を求めてAの周を計算します。面積の比をそのまま周へ使わない理由と、二乗で戻す確認も示してください。

本人の図でA:Bをそろえる。面積比18:50=9:25なので、正の長さの比は3:5。対応する全ての辺と周は同じ比になり、Aの周は30×3/5=18cm。確認は(3/5)²=9/25=18/50。周は長さの和なので面積比9/25を直接かけない。作図の一例ならA3×6cm、B5×10cmが条件を満たす。

本人の二長方形の対応、面積比9:25から正の長さ比3:5、周18cmの計算と理由、二乗による面積比への確認を見る。

長方形Aは2cm×8cm、Bは4cm×4cmです。ある人は「面積が同じだから相似比は1:1」と言いました。本人が自分の二図と面積の計算を書き、辺の対応を二通り確かめて、この結論が成り立たない理由を説明してください。

本人の二図へ辺を書く。面積はどちらも16cm²だが、Aの短辺2とBの4の比は1/2、Aの長辺8とBの残る4の比は2でそろわない。Bは二辺とも4なので対応を入れ替えても1/2と2のまま。相似の条件を満たさず、面積1:1だけから長さ1:1や相似を結論にできない。

本人の二図と両面積16cm²、二通りの対応でも比がそろわない具体計算、面積から相似を逆に決められない説明を見る。

相似な図形A:Bの長さの比が3:4で、Aの面積は27cm²です。ある人は「27×4/3=36cm²がBの面積」と書きました。本人が底辺と高さの変わり方を示す自分の図を描き、式を直してBの面積を求め、元の比で確かめてください。

本人の図で対応する底辺と高さがともに4/3倍になることを書く。面積は(4/3)²=16/9倍なのでS_B=27×16/9=48cm²。確認は27/48=9/16=(3/4)²。36は一方向の倍率しかかけていない。具体的な図ならA3×9cm、B4×12cmの長方形でも説明できる。

本人の二方向の図、長さ比3:4と面積比9:16、48cm²への訂正と計算、一方向だけの誤りの説明・確認を見る。

本人が2以上5以下の整数rと2以上4以下の整数sを一つずつ選びます。長方形Aの辺を2r,3rcm、Bの辺を2(r+s),3(r+s)cmとして、本人の具体的な数で二図を描いてください。相似を確かめ、各面積と長さの比・面積の比を求め、二乗になる理由を式で説明します。一般式だけではなく本人の計算を残してください。

作例r=3,s=2ならA6×9cm、B10×15cm。本人の二図へ対応を書く。6/10=9/15=3/5で両方の間の角は直角なので相似。面積は54cm²と150cm²、比54:150=9:25=(3:5)の各項の二乗。面積の積6×9と10×15で二つの長さの倍率がかかる。別の条件内r,sも具体的な図・面積・二比・理由を確認する。

本人のr,sと具体的な二長方形の図、対応する二比と直角による相似、両面積と単位、長さ比・二乗の面積比・本人の式による説明を確認する。