解答: 共通因数を各項から見つけ、積と展開で確かめる

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/extract-common-factors-and-verify-every-term/

中3 数学

1. 6

   18と30の最大公約数は6。文字の共通部分はxyで、共通因数は6xyです。

2. 2

   x^3とx^2に共通するxの最も小さい指数は2です。共通因数はx^2y。

3. 1

   yとy^2に共通するyの最も小さい指数は1です。

4. −2

   $7pq\times(-2p)=-14p^2q$なのでA=−2です。

5. 3

   $7pq\times3q=21pq^2$なのでB=3です。

6. 1

   最後の項は6m×1。C=1を消しません。

7. −2

   4ab×(−2)=−8abなのでB=−2です。

8. 2

   $8uv\times2v=16uv^2$なのでA=2です。

9. r(6r−1)

   残りは6rと−1。r×(−1)=−rです。

10. 4ab

    係数の最大公約数は4、全項の共通な文字はabです。

11. −3s(3s−5)

    展開すると$-9s^2+15s$へ戻ります。

12. 5は共通だが、文字xは全項には共通しない

    定数項15にはxが掛かっていないため、$5(x^2+2x+3)$です。

13. 等しさを確かめた後、内側の全項に共通する数や文字も調べる

    展開で等しさを確認することと、共通因数を出し切ることを分けます。

14. x=0でも分配法則で両辺0となる

    恒等式の積へ直す操作は、xで割る操作ではありません。

記述問題の解答・確認の観点

$26a^2b-39ab^2$を、整数係数の全項に共通する因数を残さず出して因数分解してください。本人が各項を「共通因数×残り」の積に書き、得た因数分解を全項へ展開して確かめます。共通な数と文字を選んだ理由も書いてください。

共通因数13ab。$26a^2b=13ab\times2a$、$-39ab^2=13ab\times(-3b)$より$13ab(2a-3b)$。展開は$26a^2b-39ab^2$。26と39の最大公約数13、全項のa,bの小さい指数は各1。内側2aと−3bにはこれ以上共通する整数の因数や文字はない。$-13ab(-2a+3b)$等も可。

本人の二項の積・共通因数の理由・積の式・全項の展開・出し切りを確認する。外の因数だけで終えない。

ある人は$17k^2+17k=17k(k)$としました。本人が元の各項を17kの倍数の積へ直して、この説明を修正してください。因数分解した式と全項へ展開する式を書き、消してはいけないものの意味を説明します。

$17k^2=17k\times k$、$17k=17k\times1$なので$17k(k+1)$。展開は$17k^2+17k$。残り1は第二項を再現する因数で、項がなくなったわけではない。誤った$17k(k)$を展開すると$17k^2$だけになり第二項が足りない。

本人が1の位置と$17k\times1$の意味、誤りと正しい式の展開を具体的に残す。

$-16v^2+24v$を、外へ−8vを出して因数分解してください。本人が二つの残りの項を符号付きで求め、全項へ展開して確かめます。同じ元の式で外へ+8vを出す形も書き、二つが等しい理由を説明してください。

−8vを出すと$-8v(2v-3)$。残りは2vと−3で、積は$-16v^2$と$+24v$へ戻る。+8vなら$8v(-2v+3)$。両方を展開すれば同じ二項で、外の−1と内側全項の符号の変更が対応する。

本人の二通りの積の形とそれぞれ全項の符号付き積、同値である説明を見る。負の外因数なら内側全て負と決めない。

$21p^2q-14pq^2+35p$を、全項の共通因数を残さず出して因数分解してください。本人が三項全ての積と残り、因数分解と展開を書きます。「qが二つの項にあるから7pqを外へ出せる」という意見も検討してください。

7pを出し、$21p^2q=7p\times3pq$、$-14pq^2=7p\times(-2q^2)$、$35p=7p\times5$。因数分解は$7p(3pq-2q^2+5)$、展開は元の三項。最後の35pにqは共通しておらず、整数係数の多項式の因数として7pqを全項から出すことはできない。

本人の三項を落とさない式、第三項の5、qが全項の因数でない理由を見る。qで割った分数の式へ目標を変更しない。

$15x^3y^2-25x^2y^3$を、共通な数と文字を残さず出して因数分解してください。本人が各文字の指数を比べ、二項の因数の積、因数分解、全項の展開を書きます。x^3y^3を共通の文字部分にすることがなぜできないかも説明してください。

共通因数$5x^2y^2$で$5x^2y^2(3x-5y)$。第一項は$5x^2y^2\times3x$、第二項は$5x^2y^2\times(-5y)$。展開で$15x^3y^2-25x^2y^3$へ戻る。xの小さい指数は2、yも2。x^3y^3だと第一項のy、第二項のxが足りず、両項の単項式の因数にはできない。

本人の指数比較と各項を再現する積、正しい積の式と展開を見る。指数の大きい方を機械的に選ばない。

x>0とします。縦が共通に3x、横がそれぞれ2xと5の二つの長方形を考えます。本人が二つを横に並べた実際の図を描き、共通の辺と各面積、全体の辺と面積を示してください。和$6x^2+15x$を因数分解した式と、展開の式を図へ対応させます。

共通の縦3x、横2xと5の二図を隣接させると全体の横2x+5。二面積は$6x^2$と15x、全体は$3x(2x+5)=6x^2+15x$。本人の同じ長さ単位の辺とその二乗の面積の図が必要。x>0で全辺は正。6と15の最大公約数3と共通文字xを出し切っている。

本人の実際の図、3xを共通の辺とする対応、両部分・全体の積と展開、正の条件を見る。式だけを図の代わりにしない。

(t+4)u−2v(t+4)+7(t+4)を、共通するまとまりを一つの因数として積へ直してください。本人が一度M=t+4と置いて三項の積と残りを書き、因数分解の式を元の文字へ戻します。共通のまとまりを全項へ配り、元の三項へ戻ることを確かめてください。

Mu−2vM+7M=M(u−2v+7)=(t+4)(u−2v+7)。三項はM×u、M×(−2v)、M×7。全項へ展開すると(t+4)u−2v(t+4)+7(t+4)。因数の順序は変えてよい。Mのまま止めずt+4へ戻す。

本人の三項の因数と残り、置換と戻し、全項へ配った式を確認する。和のu−2v+7全体が一つの内側の因数。

$10z^2w-15zw^2+5zw$について、Aさんは$5zw(2z-3w+1)$、Bさんは$5z(2zw-3w^2+w)$としました。本人が両方を全項へ展開し、元の式と等しいかを別々に確かめてください。「共通因数を残さず出す」という指示への完了判定も別に書き、必要なら続きを書きます。

両方を展開すると$10z^2w-15zw^2+5zw$なので、等しい変形としては両方正しい。Bの内側は全項にwが残るため、5z×w(2z−3w+1)=5zw(2z−3w+1)へ続ける。Aは内側に共通因数が残らず完了。この範囲では内側の定数項1も見て判断する。

本人がBの等しさ自体を誤りにせず、全六つの積と内側w、完成した因数分解を示したか見る。

本人が3〜8の整数dと2〜5の整数rを一つずつ選び、三項$dx^2y-drxy^2+dxy$を作ってください。全項に共通する数と文字を残さず出し、各項の積・因数分解・全項の展開を本人の具体的な数値で書きます。最後の項から何が残るか、なぜ数の共通因数を出し切ったかも説明してください。

作例d=7,r=2なら$7x^2y-14xy^2+7xy=7xy(x-2y+1)$。各項は7xy×x、7xy×(−2y)、7xy×1。全項の展開で元へ戻る。係数7,−14,7の最大公約数7で、最後の係数がdなので数の共通因数はd、共通文字はxy。内側の1を消さない。条件を満たす本人の別のd,rも可。

本人が選んだ条件内の二整数、具体的な三項・積と全展開・残る1・出し切る理由を見る。一般式を写すだけでは完了にしない。

$9x^2-27x=x(9x-27)$という等式について、ある人は「xを外へ出すとxで割るのでx=0では使えない」と言いました。本人が共通な数も残さず出した積の形と全項の展開を書き、x=0とx=1で両辺をそれぞれ確かめて、この意見を修正してください。数の例と分配法則の一般の理由も分けます。

出し切ると9x(x−3)で、展開は$9x^2-27x$。x=0では元も積も0、x=1では9−27=−18、9×1×(1−3)=−18。因数分解は分配法則を逆に使って等しい積を作るので、xで両辺を割る操作ではない。二例の一致だけを証明とせず、全項の積9x×xと9x×(−3)で恒等式を説明する。

本人の完成した積・全項の展開・二つの数の確認・割る操作との区別を見る。x=0を除外したり、xの方程式の解を求める課題へ変えない。