解答: 積と和の両条件から二数を選び、因数分解を確かめる

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/factor-monic-quadratics-by-both-sum-and-product/

中3 数学

1. 小さい方 = 5 / 大きい方 = 8

   5+8=13、5×8=40の両方を満たします。

2. 小さい方 = −8 / 大きい方 = −5

   −8+(−5)=−13、(−8)(−5)=40。両方負です。

3. 小さい方 = −6 / 大きい方 = 7

   −6+7=1、(−6)×7=−42。

4. 小さい方 = −7 / 大きい方 = 6

   −7+6=−1、(−7)×6=−42。和の符号も確かめます。

5. 2

   8+(−6)=2です。積も8×(−6)=−48になります。

6. 56

   (−7)(−8)=56、和は−15です。

7. 14

   7+7=14、7×7=49の両方を確かめます。

8. −81

   −9+9=0、(−9)×9=−81です。

9. 2と9

   2+9=11、2×9=18。どれも和は11ですが、積18なのは2と9です。

10. (x+7)(x−5)

    7+(−5)=2、7×(−5)=−35で、展開して元へ戻ります。

11. 両方負

    積が正なら同符号で、和が負なので両方負です。

12. 交換法則で全てのxで等しい

    因数の順序を入れ替えても積は同じです。

13. a+b=pとab=qの両方、さらに展開で元の式を確認

    和がxの係数、積が定数項になる両条件を確かめます。

14. x(x−11)

    0と−11の和は−11、積は0。x(x−11)=x^2−11xです。

記述問題の解答・確認の観点

x^2+14x+45を因数分解してください。本人が積45になる正の整数の組を順序の入替えを除いて全て書き、各和を比べます。選んだ二数の両条件、因数分解した積と四つの積の展開を実際に書いて確かめてください。

正の組(1,45),(3,15),(5,9)の和は46,18,14。5と9を選び、5+9=14、5×9=45で(x+5)(x+9)。全項の展開x^2+9x+5x+45=x^2+14x+45へ戻る。

本人の全三候補と和、両条件、積と全項の展開を見る。二数だけで終了しない。

x^2−14x+45を因数分解してください。本人が二数の符号を和と積の両方から判断し、具体的な二数・両条件・積の形と全項の展開を書きます。両方正の5と9を選んだ場合との違いも説明してください。

積が正で和が負なので両方負。−5と−9は和−14・積45で(x−5)(x−9)。展開x^2−9x−5x+45=x^2−14x+45。正の5,9では和が+14となり、積だけ合っても元の式ではない。

本人の符号の理由と二数、両条件、全展開、正の二数との比較を見る。因数の順序の違いは認める。

x^2+3x−54を因数分解してください。本人が積−54になる整数の組を二組挙げ、一組だけは和3に合うようにします。それぞれ和と積を計算し、使う組を選んで積の形と全項へ展開した確認を書いてください。

例(−3,18)は積−54・和15で不適合、(−6,9)は積−54・和3で適合。(x−6)(x+9)を展開しx^2+9x−6x−54=x^2+3x−54。別の積−54で和が3ではない候補でも可。

本人の二組の実際の和と積、適否、正しい積と全項の展開を確認する。候補を全て列挙する追加条件は課さない。

ある人はx^2−3x−54=(x+9)(x−6)としました。本人が右辺を四つの積へ展開し、どの条件が合ってどれが違うかを示してください。正しい二数と因数分解を、和・積・全項の展開で説明します。

誤った右辺はx^2−6x+9x−54=x^2+3x−54。積−54は合うが和+3が−3に合わない。−9と6なら和−3・積−54で(x−9)(x+6)。展開x^2+6x−9x−54=x^2−3x−54。

本人の誤りの全展開と両条件の適否、修正した積と全展開を見る。因数順序を替えるだけでは和の符号は変わらない。

x^2+12x+32について、ある人は5と7の和が12なので(x+5)(x+7)としました。本人が和と積を両方確かめ、誤った右辺の展開と元の式の違いを示してください。正しい二数を見つけ、積の形と全項の展開を書きます。

5+7=12だが5×7=35で32ではない。展開はx^2+7x+5x+35=x^2+12x+35。4と8なら和12・積32で(x+4)(x+8)、展開x^2+8x+4x+32=x^2+12x+32。

本人が和だけでは不十分と具体的に示し、誤った定数項と正しい積・全展開を残したか確認する。

3x^2+36x+81を因数分解してください。本人が共通の数を先に外へ出し、内側のx^2の係数と和・積の条件を書きます。内側の二数を選び、外の数を保った積と、全体を展開して元へ戻る全計算を実際に示してください。

3(x^2+12x+27)。内側は先頭係数1、二数の和12・積27で3と9。全体は3(x+3)(x+9)。内側の全項はx^2+9x+3x+27、3を掛けると3x^2+27x+9x+81=3x^2+36x+81。

本人の共通因数3・内側の両条件と二数・外を保った積・全展開を見る。元の36と81をそのまま内側の和と積にしない。

$x^2-16x+64$を因数分解してください。本人が和と積の両条件から二数を示し、同じ因数を使う積と平方の形の両方を書きます。四つの積へ展開して元へ戻ることも確かめてください。

$-8+(-8)=-16$、$(-8)(-8)=64$。$(x-8)(x-8)=(x-8)^2$。展開$x^2-8x-8x+64=x^2-16x+64$。両端の平方だけを見ず真ん中の係数も確かめる。

本人の同じ二数と両条件、積と平方の表記、全項の展開を見る。x^2-64の和と差の積と混同しない。

x^2+7x+7を、整数a,bを使って$(x+a)(x+b)$という形にできるか調べてください。本人が積7になる整数の組を順序を除いて全て書き、和も確かめます。結論を、調べた数の範囲が分かる文で書いてください。

積7の整数の組は$(1,7),(-1,-7)$で、和$8,-8$は7ではない。従って整数a,bではこの形にできない。調べたのは整数の二数によるこの形であり、数の範囲を断らず全ての因数分解が不可能と断定しない。

本人の正負を含む全二候補と和、両条件と整数範囲を明示した結論を見る。平方根の解法や実数での積を追加の必須課題にしない。

本人が$a<0,b>0$、$|a|\leq 9$、$|b|\leq 9$、$a+b=-2$を満たす整数の二数を作ります。本人の数値で$q=ab$を計算し、x^2-2x+qの因数分解と全項へ展開する確認を書いてください。二数の条件と、別の有効な例もあることを説明します。

作例$a=-7,b=5$なら和-2・積-35、$x^2-2x-35=(x-7)(x+5)$。展開$x^2+5x-7x-35=x^2-2x-35$。範囲と符号を満たす本人の別例も可。例えば-4と2は和-2・積-8で、答えの二数は一意ではない。

本人が選んだ数と全条件、積q、実際の多項式と因数分解・全展開・非一意性を見る。作例の転記だけを本人の別例作成としない。

本人が積-24になる整数の組(a,b)を二組作り、各組で$a<0,b>0$、$|a|\leq 12$、$|b|\leq 12$とします。二組の和は違うようにしてください。本人の具体的な二組で、二つの多項式・因数分解・全項の展開を書き、積が同じでもxの係数は違うことを比較文にします。

例$(-4,6)$と$(-3,8)$なら和2と5、積は両方-24。$x^2+2x-24=(x-4)(x+6)$、全展開$x^2+6x-4x-24$。$x^2+5x-24=(x-3)(x+8)$、全展開$x^2+8x-3x-24$。定数項は同じ-24でも、二数の和が違うのでxの係数は2と5で違う。本人の条件に合う別の二組も可。

本人の二組の全条件、各和と積、二つの積と全展開、具体的な係数の比較文を見る。同じ積だけで同じ二次式とはしない。