解答: 直角三角形を見つけ、三平方の定理で平面の長さを求める

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/find-plane-lengths-with-right-triangles-and-positive-roots/

中3 数学

1. 15

   $AC^2=9^2+12^2=225$、AC>0なので15cmです。

2. $8^2+15^2=AB^2$

   直角Cの向かいはABです。直角をはさむAC,BCの平方を足してAB^2にします。

3. 15

   残る辺の平方=$17^2-8^2=225$。正の長さなので15cmです。

4. 24

   $26^2-10^2=576$、正の平方根は24です。

5. $\sqrt{106}$ cm

   斜辺の平方=$5^2+9^2=106$なので正の長さ$\sqrt{106}$cmです。

6. $11\sqrt{2}$ cm

   $AC^2=11^2+11^2=242=121\times2$なのでAC=$11\sqrt{2}$cmです。

7. 17

   対角線の平方=$8^2+15^2=289$。正の長さ17cmです。

8. $7\sqrt{3}$ cm

   高さの足は対辺の中点です。高さ$^2=14^2-7^2=147$、正の高さ$7\sqrt{3}$cmです。

9. 16

   直角三角形OMAで$AM^2=10^2-6^2=64$、AM=8cm。AB=2×8=16cmです。

10. 13

    水平の差12、垂直の差5から$AB^2=12^2+5^2=169$。AB=13です。

11. $11^2+60^2=61^2$なので逆から90°

    $121+3600=3721=61^2$です。逆から61cmの辺の向かいが直角です。

12. $7^2+9^2\neq13^2$なので直角三角形ではない

    最長辺13について49+81=130ですが$13^2=169$です。直角三角形なら等しいはずなので直角三角形ではありません。

13. この条件だけでは一つに決まらない

    直角はまだ確かめられていません。$6^2+AC^2=10^2$とも$6^2+10^2=AC^2$とも決められず、ACは一つに定まりません。

14. 12

    $5^2+BC^2=13^2$なので$BC^2=169-25=144$、BC=12cmです。斜辺より長い値にはしません。

記述問題の解答・確認の観点

∠ABC=90°、AB=12,BC=35cmです。本人が直角と斜辺を自分の図へ書き、AC、三角形の面積と周の長さを求めます。使った式、正の長さを選ぶ理由と平方による確認を示してください。

本人の図でBが直角、ACが斜辺。$AC^2=12^2+35^2=144+1225=1369$、AC>0より37cm。面積=12×35÷2=210cm²、周=12+35+37=84cm。$37^2=1369$、37>35>12と確かめる。

本人の直角・斜辺の図、式と計算、AC37cm/面積210cm²/周84cm、正の長さと平方・大小の確認を見る。

∠ACB=90°、斜辺AB=41cm、AC=9cmです。本人が自分の図へ条件を書き、BCと面積を求めます。平方根の正負をどう扱ったか、元の式へ戻した確認も説明してください。

本人の図でCが直角、ABが斜辺。$9^2+BC^2=41^2$より$BC^2=1681-81=1600$。長さは正なのでBC=40cmで−40を採らない。面積=9×40÷2=180cm²。81+1600=1681で確認する。

本人の直角・斜辺の図、引き算の式、BC40cm/面積180cm²、負の値を除く理由と代入確認を見る。

縦9cm、横14cmの長方形ABCDです。本人が対角線と直角三角形を自分の図に示し、対角線の正確な長さを求めます。隣り合う整数の平方で長さの範囲を示し、図を測った小数だけを答えにしない理由を書いてください。

本人の図でAB=14,BC=9、Bが直角、ACが斜辺。$AC^2=14^2+9^2=277$なのでAC=√277cm。$16^2=256<277<289=17^2$より16<AC<17。根号が正確な値であり、画面の模式図を測った小数は条件から導いた正確な値ではない。

本人の長方形と対角線、平方の式と√277cm、16<AC<17の平方による確認、正確な値と図の測定の区別を見る。

直角をはさむ二辺が5cmと8cmの合同な直角三角形を四つ用意します。一辺13cmの正方形の各辺へ、5cmと8cmに分ける点を同じ回り方で置き、四隅に三角形を置くと中央に四角形が残ります。本人が実際の配置図を描き、中央が一辺cの正方形になる角の理由、面積の引き算からcの正確な長さを示します。この課題では先に三平方の定理を根拠にしないでください。

本人の配置図では外側の各辺が5+8=13cm。中央の四辺は合同な直角三角形の斜辺なので全てc。各隅で直角三角形の二鋭角の和が90°だから、中央の内角は180°−90°=90°。よって中央は正方形。外側の面積169から四つの三角形の面積$4\times(5\times8\div2)=80$を引き、$c^2=89$。c>0なのでc=√89cm。169=80+89も確かめる。

本人の四つの合同三角形の配置図、中央の等辺と直角の理由、169−80=89、c=√89cmと面積合計の確認を見る。定理を先に使う循環にしない。

一辺18cmの正三角形ABCで、MはBCの中点です。本人がAMを引いた自分の図を描き、AMが高さになる理由、AMと三角形の面積を求めます。平方根を簡単にし、平方で確認してください。

本人の図でBM=CM=9cm。△ABMと△ACMはAB=AC,BM=CM,AM共通の三辺から合同。∠AMB=∠AMCで一直線の和180°だから各90°、AMは高さ。$AM^2=18^2-9^2=243$、AM=9√3cm。面積=18×9√3÷2=81√3cm²。81+243=324、$(9\sqrt{3})^2=243$と確認する。

本人の中点と補助線の図、合同から直角になる理由、AM9√3cm/面積81√3cm²、平方の式と確認を見る。

中心O、半径13cmの円で、Mは弦ABの中点、OM⊥AB、OM=5cmです。本人が半径と垂線を自分の図へ描き、弦ABと△AOBの面積を求めます。半分と全体を区別し、平方と面積の式を書いてください。

本人の図で△OMAがMで直角、OA=13cm、AM=MB。$AM^2=13^2-5^2=144$、AM=12cm。弦全体AB=24cm。△AOBの底辺ABに対する高さはOM=5cmなので面積$24\times5\div2=60$cm²。$12^2+5^2=13^2$と確認する。

本人の半径・中点・直角の図、AM12とAB24cmの区別、面積60cm²、平方と面積の式・確認を見る。

座標平面でA(−3,−2),B(9,3)です。本人が座標軸と二点、水平・垂直の補助線を自分の図へ描き、ABを求めます。補助点の座標と直角の理由、座標の差と平方の式、正の値での確認を示してください。1目盛りの長さは1です。

作例H(9,−2)を本人の図へ置く。AHは水平、HBは垂直なので∠AHB=90°。AH=|9−(−3)|=12、HB=|3−(−2)|=5。$AB^2=12^2+5^2=169$なのでAB=13。別の補助点(−3,3)でも$5^2+12^2=169$で同じ長さ。13>12を確認する。

本人の軸・点・補助線の図、実際の補助点と水平垂直による直角、差12と5、AB13と平方・大小の確認を見る。

三角形Iの三辺は12,35,37cm、三角形IIの三辺は10,13,17cmです。本人が二つの三角形を自分の図へ書き、最長辺を選んで直角三角形かを判断します。三角形を作れること、平方の比較と逆の使い方を説明し、直角が分かったものだけへ直角印を付けてください。

Iは12+35>37、IIは10+13>17で他の三角不等式も満たす。Iの最長辺37について$12^2+35^2=144+1225=1369=37^2$。逆から37cmの辺の向かいが直角で、本人の図に印を付ける。IIは$10^2+13^2=269\neq289=17^2$。直角三角形なら最長辺の平方に等しいはずなので直角三角形ではない。見た目だけでIIに印を付けない。

本人の二図と最長辺、三角不等式、IとIIの平方計算、逆と非該当の理由、Iのみの直角印を見る。

縦6cm、横11cmの長方形で、ある人は「対角線dの平方は$11^2-6^2=85$だからd=√85cm」と書きました。本人が自分の図に対角線と直角を書き、どの辺が斜辺かから誤りを直します。正確な長さ、平方と大小による確認を示してください。

本人の長方形の図で対角線が直角の向かいの斜辺。$d^2=11^2+6^2=157$、d>0なのでd=√157cm。元の式は11を斜辺のように扱った誤り。157>121よりd>11で、実際に$12^2<157<13^2$なので12<d<13。√85<11では対角線が横辺より短くなってしまう。

本人の長方形・直角・斜辺の図、引く式を誤りとする理由、√157cm、平方と大小・範囲の確認を見る。

本人が10以上14以下の整数nを一つ選びます。直角をはさむ辺を2ncmと(n^2-1)cmとする直角三角形を自分で描き、本人の数を代入した全ての辺、面積を計算します。斜辺を平方の式から求め、(n^2+1)cmになることを実際の数で確かめ、直角と斜辺を図へ記してください。

作例n=11では直角をはさむ辺は22cmと120cm。本人の図へ直角・二辺・未知の斜辺cを書く。$c^2=22^2+120^2=484+14400=14884$なのでc=122cm。$n^2+1=122$で一致し、$122^2=14884$でも確認。面積22×120÷2=1320$cm^2$。別の条件内nでも具体的な本人の図・代入・三辺・面積・確認がそろえば認める。

本人の選んだn、実際の直角三角形の図、二辺の代入と斜辺の平方の計算、三辺と面積の単位、n^2+1との実数値の確認を見る。一般式や完成した数値だけで本人の作例にしない。