解答: 三角形の合同条件と不足する情報を説明する

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/identify-missing-triangle-congruence-conditions/

中2 数学

1. BC=EF

   不足する三組目はBCとEFです。

2. AC=DF

   対応する残りの辺はACとDFです。

3. AB=DE

   残りの辺はABとDEです。

4. ∠BAC=∠EDF

   ABとACが集まるA、DEとDFが集まるDの角です。

5. ∠ABC=∠DEF

   ABとBCの間はB、DEとEFの間はEです。

6. ∠ACB=∠DFE

   ACとBCの間はC、DFとEFの間はFです。

7. ∠B=∠E

   辺ABの両端はAとB、辺DEの両端はDとEです。ここでは端の角そのものを選びます。残りの頂点の角から内角の和で導く別の手順とは分けます。

8. ∠C=∠F

   辺BCのもう一方の端はC、辺EFではFです。ここでは端の角そのものを選びます。残りの頂点の角から内角の和で導く別の手順とは分けます。

9. ∠A=∠D

   辺CAのもう一方の端はA、辺FDではDです。ここでは端の角そのものを選びます。残りの頂点の角から内角の和で導く別の手順とは分けます。

10. ∠B=∠E

    B=180°−A−C、E=180°−D−FなのでBとEが等しくなります。

11. 角の形はそろうが、辺の長さまで同じとは断定できない。

    同じ三つの角でも、大きさが違う三角形があり得ます。必ず合同でないとも断定しません。

12. 二辺が集まるAとDの角。

    この合同条件で必要なのは、与えた二辺の間の角AとDです。BC=EFなら別の三辺の条件を使えますが、問われた条件とは異なります。

13. FE

    A↔F、B↔D、C↔Eなので、AC↔FEです。

14. 同じ一組の繰り返しなので三組にはならない。

    同じ辺の等しさを書き直しても、新しい辺の組は増えません。

記述問題の解答・確認の観点

∠A=∠D=60°、∠B=∠E=60°だけでは△ABCと△DEFが合同と決まらないことを、自分の二つの三角形の図で説明してください。同じ角の条件を満たしながら対応する辺が異なる具体例と、なぜ合同でないかを残します。

例えば一辺4cmの正三角形ABCと一辺7cmの正三角形DEFを描く。どちらも全角60°で条件に合うが、AB=4cmとDE=7cmが異なるため合同でない。本人の別の有効な大きさの二例も認めます。

本人の二つの図、同じ二角の条件、対応する辺の違いと合同でない理由を見る。相似の定理の使用は要求しない。

AB=5cm、AC=7cmだけが同じ条件の二つの三角形を、自分で図にします。一方の∠BACを40°、他方を85°として、二辺が同じでも合同と決まらない理由と、二辺とその間の角によって合同を決めるための情報を説明します。

辺ABとACは同じでも、その間の角Aを40°と85°にした三角形を作れる。対応する角Aが異なるので合同でない。二辺とその間の角の条件を使うには、角Aも対応して等しいことが必要。第三辺の正確な長さを計算する必要はない。

本人の二つの図で与えた二辺と異なる角の位置を保ち、合同な図形の対応する角が等しい性質と不足する条件を述べることを見る。

資料：二辺と、その間ではない角の例

提示図の△ABC1と△ABC2について、等しい二辺と等しい角を対応表に書いてください。その角が二辺の「間の角」か確かめ、AC1とAC2の違いから、この条件の形だけではいつでも合同とは言えない理由を説明します。根号や三角比で長さを求める必要はありません。

共通なAB=AB=10cm、BC1=BC2=6cm、∠BAC1=∠BAC2=30°。二辺ABとBCの間はBの角であり、与えたAの角ではない。C1,C2は同じ半直線の異なる点でAC1≠AC2なので二つは合同でない。同じ条件を満たす二例があり、この条件の形だけでは合同を常には保証しない。

本人の対応表、間の角Bと与えた角Aの区別、異なる対応辺ACと反例の意味を見る。図の長さを測った数値や根号計算を要求しない。

△ABCと△DEFでAB=DE、BC=EF、∠A=∠Dが分かっています。「二辺と角が一つずつ等しいから、二辺とその間の角で合同だ」という説明を検討してください。二辺の間の角を正しく示し、その合同条件を使うために何をさらに確かめるか述べます。

与えた二辺ABとBCが集まるのはB、DEとEFではEなので、間の角は∠ABCと∠DEF。AとDの等しさはこの二辺の間の角ではない。この形の情報だけからいつでも合同とは断定せず、二辺とその間の角を使うなら∠B=∠Eを確かめる。

本人が角の位置と不足の理由を示し、指定した合同条件を満たす十分な追加の等しさを述べることを見る。必ず合同でないとはしない。

AB=4cm、BC=5cm、CA=6cm、DE=4cm、EF=5cm、FD=6cmです。対応する三組の辺の表と使える合同条件を述べ、△ABCと△DEFの合同を判断するために、角を別に測って加える必要があるか理由を説明してください。

AB=DE、BC=EF、CA=FDがそろい、三組の辺がそれぞれ等しい条件を満たす。△ABC≡△DEFと判断でき、角の測定を新しい仮定として加える必要はない。三辺4,5,6は三角形を作れる長さです。

本人の三組の対応と条件名、情報は不足していないという理由を見る。合同条件を演繹的に証明することまでは要求しない。

AB=DE、∠A=∠D=44°、∠C=∠F=71°が分かっています。「辺ABの両端の角が書かれていないから、追加で測定しないと合同とは言えない」という判断を検討してください。残りの角を式で求め、どの条件がそろうか説明します。

∠B=∠E=180°−44°−71°=65°と内角の和から導ける。辺ABとDEと、その両端A,BおよびD,Eの角がそろうので合同。BとEの等しさは別の測定で加えるのでなく、すでにある条件から分かる。

本人の65°の計算、辺の両端の角の対応、導いた等しさと新たな仮定の区別を見る。

対応する三角はA=D=40°、B=E=55°、C=F=85°です。「角の等しさをもう一行書けば、大きさの不足も埋まる」という判断を検討してください。十分な追加条件を一組の対応する辺で自分で選び、なぜその一辺で足りるか説明します。

同じ角の等しさを書き直しても辺の長さの情報は増えない。例えばAC=DFを追加すると、その両端A,CとD,Fの角が40°、85°と等しいため、一辺とその両端の角で合同。AB=DEやBC=EFなど別の対応辺でも、両端の角を正しく結べばよい。

本人の不足の理由、一つの対応辺の追加、両端の二角との組合せを見る。三辺全部を新たに与えることは必須にしない。

二辺だけ、または角だけでは合同と決まらない自分の別の例を作ります。同じ条件を満たす合同でない二つの三角形を自分で図にし、対応と等しさの表、異なる辺または角、反例を除くために元の条件へ何を加えると合同が保証されるか、十分な追加条件を説明してください。反例の二図が、その追加条件まで満たす必要はありません。

例：対応する二辺を3cmと8cmとし、その間の角を一方は45°、他方は90°にする二図。同じ二辺でも対応する角が違い合同でない。二辺とその間の角を使うなら、その間の角も等しいという条件が必要。角だけの別の有効な反例、別の辺・角・追加条件も認める。

本人の別の二図、同じ条件を満たす確認、非合同を示す違い、追加すると十分になる条件とその理由を見る。見本の数値や作り方に限定しない。

証明の途中で「二つの辺は図を見ると同じ長さなので、AB=DEと付け足してよい」とした人の判断を検討してください。仮定・すでに分かる性質から導けること・見た目の推測を分け、どのような情報なら等しさの根拠として使えるか述べます。

図が同じ長さに見えるだけではAB=DEを仮定に追加できない。問題で与えられた等しさや、共通な辺、すでに認めた性質から導いた等しさなど、根拠を明らかにする必要がある。図を定規で測った一例だけも、示された条件で常に等しいことの説明にはならない。

本人が見た目を仮定にしない理由と、使える根拠の具体例を述べることを見る。実際に他人の図を測ったことは前提にしない。

△PQRと△PSRでPQ=PSが分かり、PRは共通です。ある人は「PQ=PS、PR=PR、RP=RPの三行で三辺の条件がそろった」としました。異なる辺の組がいくつあるかを表で整理し、三辺の合同条件を使うために不足する一組を説明してください。

PRとRPは同じ線分なので、PR=PRとRP=RPは同じ一組の言い直し。異なる組はPQ=PSとPR=PRの二組で、三辺の条件にはQR=SRが不足する。対応P↔P、Q↔S、R↔Rを保って表にする。

本人が辺の向きの書き換えと新しい組を区別し、二組であることと不足する対応辺QR,SRを理由とともに述べることを見る。