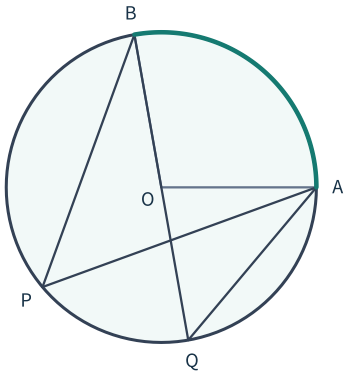
ワークシート: 円周角の定理と逆で図形の関係を証明する

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/prove-circle-relations-with-inscribed-angles-and-converse/

中3 数学

準備14問は弧・仮定・理由を見分ける足場です。主課題では本人の実際の図へ与えた条件と補助線を示し、定理または逆の適用条件、角の等しさの理由、次の推論と結論までをつないだフル証明を手動確認します。T1は同じ弧、T2は内接四角形、T3は二円から接線、T4は同じ側の逆、T5は直角の軌跡、T6は角の二等分、T7は平行、T8は同じ側を落とす反例、T9は循環の修正、T10は本人の条件を持つ逆の作例です。正しい別証明も認めます。

1. 同じ円でP,Qが同じ弧ABを見込んでいます。直接等しいといえる角はどれですか。



P,Qは同じ弧ABを見込む

- ∠APBと∠AQB
- ∠APBと∠ABP
- ∠APBと∠PAB
- ∠APBと∠AOQ

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

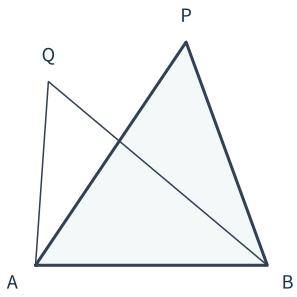
2. 指定した弧ABに対する円周角の頂点Pは、どこに置きますか。

- 指定した弧の途中で、AとBのどちらの端点でもない位置
- 指定した弧を含まない方の開いた弧上
- 中心O
- Aそのもの

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

3. 異なる四点A,B,P,Qで∠APB=∠AQBです。円周角の定理の逆を使うため、ここで確認すべき条件はどれですか。



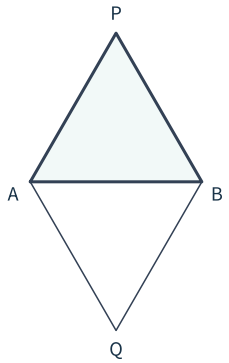
∠APB=∠AQB

- P,Qが直線ABの同じ側にある
- 二つの角が必ず90°である
- ABが必ず直径である
- APとAQの長さが等しく、PとQがAから同じ距離にある

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

4. 線分ABの反対側に正三角形APBとAQBを作りました。∠APB=∠AQB=60°です。四点について正しい説明はどれですか。



△APB,△AQBは正三角形

- 同じ側の条件は不要である
- 二角が60°だからABは必ず直径
- 同じ円周上なら反対側の二角の和180°に反するため、この四点は同じ円周上にない
- 角が等しいので必ず同じ円周上

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

5. 円に内接する四角形ABCDで∠DAB=73°です。向かい合う∠BCDは何度ですか。

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

6. OPを直径とする円周上にTがあり、TはO,Pとは異なります。∠OTPは何度ですか。

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

7. Pは直線AB上にない点で∠APB=90°です。円周角の性質の逆からいえることはどれですか。

- PはABを直径とする円周上にある
- AP=ABである
- Pはどの円周上にもない
- PはABの中点である

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

8. Tは中心Oの円周上にあり、直線PTは半径OTに垂直です。使える結論はどれですか。

- OTとPTは平行
- PTはTにおける円の接線
- Pは必ず中心
- PTは必ず直径

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

9. 同じ円周上をA,B,C,Dの順に並び、弧BCと弧DAが等しいとします。同じ弧に対する角から得られる等式はどれですか。

- ∠DAB=∠ABC
- ∠BAC=∠ACD
- ∠BAC=∠ABC
- ∠ABC=∠BCD

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

10. 四点A,B,C,Dがこの順の凸四角形で、∠BAC=∠ACDです。直線ACを横切る錯角の逆からいえることはどれですか。

- AD∥BC
- AB∥CD
- AB⊥CD
- AC∥BD

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

11. 弧AB=弧BCで、A,B,Cは続いた弧上にこの順、Dは残りの開いた弧上です。∠ADB=∠BDCを示すと、どの結論へ進めますか。

- DBは∠ADCを二等分する
- Dは弧ABCの途中にある
- DA=DCとは無関係に∠ADC=90°
- ABは必ず直径

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

12. A,B,P,Qが同じ円周上にあると示したい証明で、最初に「同じ円周上だから∠APB=∠AQB」と書きました。何を直しますか。

- 角の等しさは根拠を一切要しない
- 結論を先に仮定せず、角の等しさを与えられた条件から導く
- 逆の名前だけを最後に足せば直る
- 同じ円周上だという結論を最初に使ったまま、角の等しさの後へ定理の逆の名前を足す

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

13. 円周角の定理の逆で、頂点Pが端点Aそのものだったらどう扱いますか。

- PがAへ近づくときの角度を使えると考え、P=Aでも円周角として証明に使う
- 必ず角は90°になる
- ∠APBが定まらないので、端点と異なる頂点という条件を満たさない
- P=Aでも∠APBは同じ形で使える

途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

14. ABを直径とする円周上にQを取り、P,Qは直線ABの同じ側の異なる点です。∠APB=90°が与えられました。逆を使う直前に書く根拠はどれですか。

- ∠AQB=90°で∠APBと等しく、頂点P,QはABの同じ側
- APとAQが等しいことを先に仮定して、PとQの見込む弧が等しいとする
- 二つの角は反対向きなので無視する
- Pも円周上だと最初から仮定する

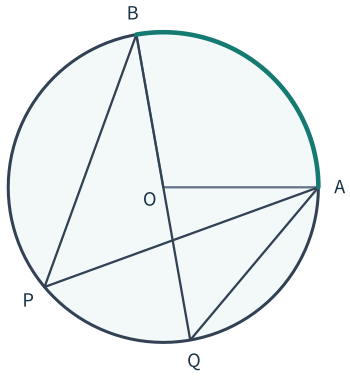
途中の計算・単位・理由・確認

答え: _____

考え方を説明する

ここからは講師と確認する記述問題です。自動確認の点数には含みません。

中心Oの円でP,Qは指定した弧ABを含まない方の開いた弧上の異なる点です。全ての点は端点とは異なります。本人が弧と二頂点を自分の図に書き、∠APB=∠AQBを中心角との関係から証明してください。端点が同じという言葉だけで終えず、どの弧を使うかを明示します。



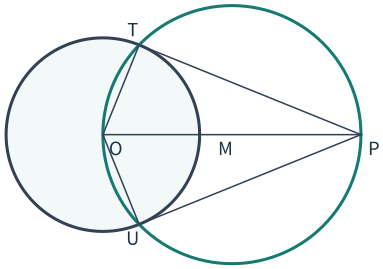
P,Qは指定弧ABを含まない開いた弧上

途中の計算・単位・理由・確認

円に内接する四角形ABCDについて、本人が円周順A,B,C,Dと二つの補い合う弧を自分の図へ書き、∠DAB+∠BCD=180°を証明してください。図を測らず、同じ端点B,Dの二つの弧に対する中心角を使います。

途中の計算・単位・理由・確認

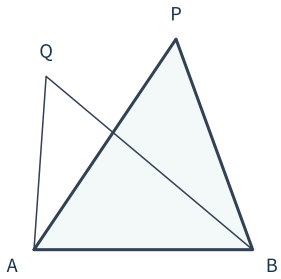
中心Oの円の外にPを取り、OPの中点をMとします。OPを直径とする補助円が元の円と異なる二点T,Uで交わっています。本人が二つの円・中心・直径と線分を自分の図へ書き、直線PTとPUが元の円の接線であることを証明してください。円周上の点で半径に垂直な直線は接線である性質を使えます。



MはOPの中点
緑の円はOPを直径とする補助円

途中の計算・単位・理由・確認

異なる四点A,B,P,Qで、P,Qは直線ABの同じ側にあり、∠APB=∠AQB=54°です。本人が円を最初から仮定せず、自分の四点の図へ与えた条件を書き、四点が同じ円周上にあることを証明してください。逆のどの条件を使うかを明示します。



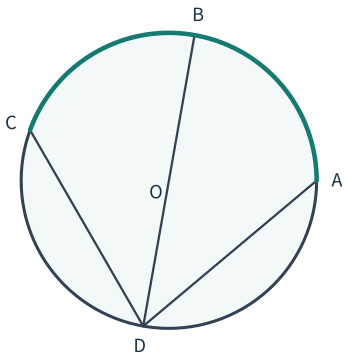
P,Qは直線ABの同じ側
∠APB=∠AQB=54°

途中の計算・単位・理由・確認

Pは直線AB上にない点で、∠APB=90°です。本人が自分の図へA,B,PとABを直径とする円を描き、Pがその円周上にあることを証明してください。必要なら、その円のPと同じ側の開いた半円上に、A,B,Pとは異なる補助点Qを取り、円周角の定理の逆を使います。

途中の計算・単位・理由・確認

同じ円でA,B,Cがこの順に続いた弧ABC上にあり、弧AB=弧BCです。Dは残りの開いた弧上にあり、全て異なる点です。本人が等しい弧と半直線DBを自分の図に書き、DBが∠ADCの二等分線であることを証明してください。



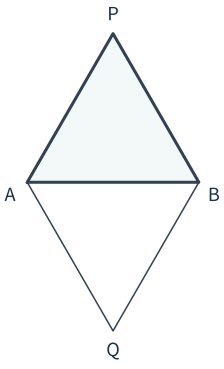
弧AB=弧BC
Dは弧ABCを含まない開いた弧上

途中の計算・単位・理由・確認

同じ円周上をA,B,C,Dの順に並び、弧BCと弧DAは等しいものとします。本人が自分の図へ対角線ACと等しい弧を書き、AB∥CDを証明してください。等しい円周角から、どの直線を横切る錯角へ進むかを明示します。

途中の計算・単位・理由・確認

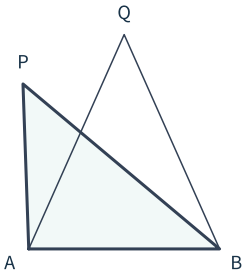
「∠APB=∠AQBなら、P,Qが直線ABのどちら側でも四点は同じ円周上」という主張を検討します。本人がABを共有して反対側に二つの正三角形APB,AQBを描き、等しい角という条件は満たす一方で四点が同じ円周上にはないことを証明してください。図だけで終えません。



△APB,△AQBは正三角形

途中の計算・単位・理由・確認

異なる四点A,B,P,Qで、P,Qは直線ABの同じ側、∠APB=48°、∠BAQ=∠ABQ=66°です。ある証明は「四点は同じ円周上だから∠APB=∠AQB。したがって逆から同じ円周上」としています。本人が条件図を描き、循環している箇所を説明して、仮定だけから正しいフル証明へ書き直してください。



P,QはABの同じ側
∠APB=48°
∠BAQ=∠ABQ=66°

途中の計算・単位・理由・確認

本人が30以上70以下の偶数aを一つ選びます。異なる二点A,Bを結ぶ線分の同じ側に、底角が両方(180−a)/2度の三角形APBと、Aの底角が(180−a)/2−10度、Bの底角が(180−a)/2+10度の三角形AQBを自分で描きます。円は仮定しません。本人の数で四つの底角と二つの頂角を計算し、点が異なり非退化であることと同じ側を確かめ、A,B,P,Qが同じ円周上にあるフル証明を書いてください。

途中の計算・単位・理由・確認