解答: 二等辺三角形の性質と逆を、別々に証明する

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/prove-isosceles-base-angles-and-converse/

中2 数学

1. 71

   底角B,Cは等しいので(180−38)÷2=71°です。

2. 38

   Pが頂角なので、底角Q,Rは(180−104)÷2=38°です。

3. 46

   底角Y,Zがともに67°なので180−67−67=46°です。

4. 62

   等しい二辺の間のLが頂角。底角K,Mは(180−56)÷2=62°です。

5. 8

   等しいA,Cの角に向かい合う辺BC,ABが等しいので8cmです。

6. 7

   等しいP,Qの角の向かいはQR,PRなのでQR=PR=7cmです。

7. 11

   U,Wの角に向かい合うVW,UVは等しいので11cmです。

8. 122

   底角Cも58°なので、隣り合う外角は180−58=122°です。

9. 94

   内角B,Cはそれぞれ180−137=43°。A=180−43−43=94°です。

10. 17

    等しい二辺もそれぞれ一回ずつ足し、6.5+6.5+4=17cmです。

11. 5

    逆よりAB=AC。3x+2=5x−8から2x=10、x=5です。両辺は17cmで正です。

12. 4

    等しいA,Bの角に向かい合うBC,ACが等しいので4x−3=2x+5、x=4です。両辺は13cmです。

13. 21

    底角Cも3x+2度。(2x+8)+2(3x+2)=180から8x+12=180、x=21です。

14. 9

    内角の和からC=180−34−73=73°。B=Cなので、逆よりその向かいのAC=AB=9cmです。

記述問題の解答・確認の観点

AB=ACの三角形ABCを自分で描きます。∠BACの二等分線とBCの交点をDとして、∠ABC=∠ACBを、二つの三角形の合同から全部証明してください。底角の等しさは今から示すことなので、先に使いません。仮定と結論、各等しさの理由、合同条件、対応する角までを書きます。

△ABDと△ACDで、AB=ACは仮定、AD=ADは共通、∠BAD=∠CADは角の二等分線から分かる。二組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので△ABD≡△ACD。対応する角から∠ABD=∠ACD。DはBC上なので∠ABC=∠ACB。辺の等しさから底角の等しさを示した。

本人の図、二等分線、SASの独立した三条件、対応するB,Cの角と結論を確認する。求める底角を合同の根拠に使わない。

∠ABC=∠ACBの三角形ABCを自分で描きます。∠BACの二等分線とBCの交点をDとして、AB=ACを合同から全部証明してください。T1の結論と仮定を交換しただけで済ませず、必要な角の等しさを内角の和から導きます。AB=ACを先に仮定として加えません。

△ABDと△ACDで、∠BAD=∠CADは二等分線、∠ABD=∠ACDは仮定とDがBC上にあることから分かる。各三角形の内角の和180°から∠ADB=∠ADCも等しい。AD=ADは共通で、その両端A,Dの角がそれぞれ等しいので△ABD≡△ACD。対応する辺からAB=AC。角の等しさから辺の等しさを示した。

本人の図、出発点が等しい底角であること、Dの角を導く根拠、ADの実際の両端A,D、ASA、結論の辺を先取りしないことを確認する。別の有効な合同の証明も認める。

△KLMで∠K=∠M=55°、KL=9cmです。自分の図を作り、「等しくなる二辺はKLとKMだ」という説明を直してください。等しい角の向かい合う辺を特定し、正しい辺の等しさと∠Lを、仮定から根拠を付けて示します。性質と逆のどちらを使ったかも書きます。

等しいKとMの角に向かい合う辺はLMとKLで、KMではない。底角定理の逆よりLM=KL=9cm。内角の和から∠L=180°−55°−55°=70°。角から辺へ進んでいるので逆を使った。

本人の角印と辺の対応、誤った辺の修正、逆を使う根拠、70°の計算までを確認する。二角にはさまれた辺KMを自動的に等しいとしない。

AB=AC、∠BAC=100°の三角形ABCで、辺BCの途中にAD=BDとなる点Dを取ります。自分の図と全証明で∠BADと∠CADを求めてください。二つの二等辺三角形を区別し、どの等しい辺からどの角の等しさを使ったかを明らかにします。

△ABCでAB=ACなので∠ABC=∠ACB=(180°−100°)÷2=40°。DはBCの途中なので∠ABD=40°。△ABDでAD=BDだから、その向かいの角∠BADと∠ABDは等しく、∠BAD=40°。よって∠CAD=100°−40°=60°。二回とも辺から角へ進む性質を使った。

本人のDをBC内部に置く図、ABCとABDでの二組の辺と対応する底角、100°の分割を確認する。見た目だけで二等分線と決めない。

三角形ABCで、A,B,Xがこの順で一直線上にあり、A,C,Yもこの順で一直線上にあります。∠CBX=∠BCY=118°です。自分の図と全証明でAB=ACを示し、∠Aも求めてください。等しい外角からすぐ等辺と言わず、必要な内角へ根拠をつなぎます。

一直線の隣り合う角より∠ABC=180°−118°=62°、∠ACB=180°−118°=62°。二つの内角が等しいので底角定理の逆よりAB=AC。内角の和から∠A=180°−62°−62°=56°。外角から内角へ直し、角から辺へ進んだ。

本人の点の順序と二つの外角、内角62°への根拠、逆と向かい合う辺、56°までを確認する。

△ABCで∠ABC=∠ACB=54°です。Dは辺ABの途中、Eは辺ACの途中にあり、DB=ECです。自分の図と全証明でAD=AEを示してください。二等辺三角形の性質と逆を取り違えず、辺の全体と残りの関係にも根拠を付けます。

等しいB,Cの角に向かい合う辺AC,ABは、底角定理の逆より等しい。D,Eの位置よりAD=AB−DB、AE=AC−EC。AB=AC、DB=ECなので、等しい全体から等しい部分を引いた残りは等しく、AD=AE。AB=ACを最初から仮定に加えず、等しい角から導いた。

本人の辺の内部のD,E、逆で導くAB=AC、等しい部分の差、結論AD=AEを確認する。見本と同じ文章や補助線に限定しない。

AB=ACから∠ABC=∠ACBを示す証明を考えます。ある人は「∠ABC=∠ACBだから逆を使ってAB=AC、したがって底角は等しい」と書きました。自分の図で、この説明が何を先取りしているかを指摘し、BCの中点Mを用いて、合同から正しい全証明に書き直してください。

示すべき∠ABC=∠ACBを最初に使っており、出発点のAB=ACを確かめ直すだけでは底角を証明できない。△ABMと△ACMでAB=ACは仮定、BM=CMはMが中点、AM=AMは共通。三組の辺がそれぞれ等しいので△ABM≡△ACM。対応する角より∠ABM=∠ACMであり、MはBC上だから∠ABC=∠ACB。

本人が循環した最初の角を示し、中点と共通辺を独立した根拠にしたSSSの全証明へ直すことを見る。誤りの名前だけで完了にしない。

∠ABC=∠ACBからAB=ACを示すため、∠Aの二等分線とBCの交点をDとします。ある人は「ADは共通、Aの半分の角とB,Cの角が等しい。ADの両端の角が等しいので合同」と書きました。自分の図でADの端点を確かめ、この両端についての説明を直し、内角の和を用いた正しい全証明を書いてください。

ADの端点はA,Dで、B,Cではない。ただし与えられた二角の等しさから合同を導くこと自体は可能である。△ABDと△ACDで∠BAD=∠CADは二等分線、∠ABD=∠ACDは仮定。内角の和から∠ADB=∠ADCを導く。共通のADと、その両端A,Dの角が等しいので△ABD≡△ACD。対応する辺よりAB=AC。

本人の図、ADの両端の場所、Dの角の等しさを導く根拠、ASAと結論までの修正を確認する。「元の条件では合同にできない」と誤って断定せず、説明の省略と条件そのものを区別する。

△PQRで∠P=∠R、PQ=(2x+1)cm、QR=(3x−4)cm、PR=6cmです。自分の図と全証明で、等しくなる二辺を示し、xと三角形の周の長さを求めてください。等しい角と辺の向かい合う関係、および使った向きを書きます。

P,Rの角が等しいので底角定理の逆よりQR=PQ。2x+1=3x−4からx=5。PQ=QR=11cm、PR=6cmだから周は11+11+6=28cm。角から辺へ進む逆を使い、その辺の等式からxを求めた。

本人の図、等しい辺の正しい対応、逆を使った根拠、方程式と28cmまでを確認する。PRを等しい二辺に取り違えない。

性質を使う例と逆を使う例を、一つずつ自分で作ってください。それぞれ別の三角形の図を描き、何が仮定で何が結論かを決め、仮定から結論まで根拠を付けて説明します。使う辺や角の対応と向きが分かるようにし、見本の数値や点名をそのまま写すだけで済ませません。T1,T2で別々に証明した定理を使って構いません。

例1：△UVWでUV=UW、∠U=74°を仮定にする。性質より∠V=∠Wで、内角の和から各53°。辺から角へ進む。例2：△LMNで∠L=∠M=64°を仮定にする。逆より向かい合うMN=LN、内角の和から∠N=52°。角から辺へ進む。本人が別の成立する二例を作り、根拠を通した場合も認める。

本人が決めた別々の二図、両方向それぞれの仮定と結論、三角形の成立、等しい角と向かい合う辺、根拠付きの全説明を確認する。見本の数値や同じ補助線に限定しない。