解答: 対応する頂点と比をそろえて三角形の相似を証明する

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/prove-triangle-similarity-with-correspondence-and-ratios/

中3 数学

1. P

   同じ三番目にあるCとPが対応します。

2. $\frac{2}{3}$

   6/9=2/3です。順序を逆にして3/2にはしません。

3. 65

   ∠C=180−35−80=65°で、CとFが対応します。

4. 三組の辺の比が全て等しい

   5/10=7/14=9/18=1/2なので三組の辺の比の条件です。

5. 二組の辺の比とその間の角が等しい

   4/10=6/15=2/5で、AとDはそれぞれ二辺の間の角です。

6. △ABC∽△DEF

   Bは65°、Fは67°なのでA-D,B-E,C-Fが対応します。二組の角の条件を使えます。

7. 二組の辺の比と、その間ではない一つの角が等しい

   二辺の比を使う条件では、その二辺の間の角が必要です。間ではない角では一般には一つの形に定まりません。

8. 15

   BCとEFが対応し、EF=5×3=15cmです。

9. 8

   ACとDFが対応し、DF=12×2/3=8cmです。

10. △ABC∽△EDF

    CとFはともに65°。A-E,B-D,C-Fの順です。

11. 平行線の同位角だから

    直線ABが平行なDEとBCを横切り、対応する位置の同位角です。

12. $\frac{2}{3}$

    8/12=10/15=14/21=2/3です。三辺の対応を同じ向きにそろえます。

13. 25

    10/DF=2/5なのでDF=10×5/2=25cmです。

14. DF

    両端B,Cの対応先D,Fを結ぶ辺DFです。

記述問題の解答・確認の観点

三角形ABCの辺はAB=4,BC=6,CA=8cm、三角形DEFの辺はDE=6,EF=9,FD=12cmです。本人が二三角形の自分の図へ辺と対応を書き、三組の比を実際に計算して相似を証明します。その証明から∠Bと対応する角、CA/FDも示してください。

本人の図にA-D,B-E,C-Fの対応と六辺を書く。AB/DE=4/6=2/3、BC/EF=6/9=2/3、CA/FD=8/12=2/3。三組の辺の比が全て等しいので△ABC∽△DEF。対応する角より∠B=∠E、CA/FD=2/3。

本人の二図と辺の対応、実際の三比、三辺比の条件、対応順の相似と角・比の結論を見る。三角形は4+6>8などを満たす。

AB=5,AC=7cm、DE=7.5,DF=10.5cm、∠BAC=∠EDF=48°です。本人が自分の二三角形の図へ条件を書き、二比と角の位置から△ABCと△DEFの相似を証明します。BC/EFと∠Cに対応する角も示してください。

本人の図でAとDは各二辺の間の頂点。AB/DE=5/7.5=2/3、AC/DF=7/10.5=2/3、∠BAC=∠EDFは仮定。二組の辺の比とその間の角が等しいので△ABC∽△DEF。BC/EF=2/3、∠C=∠F。

本人の図・二比の計算・間の角の明示と仮定、条件・対応順、残る辺の比と角を見る。

三角形PQRで∠P=34°,∠Q=71°、三角形STUで∠S=75°,∠T=34°です。本人が残る角を計算し、自分の二図へ角と頂点の対応を書きます。等しい角の二組と理由から相似を証明し、PQ,QR,RPに対応する辺で同じ向きの比の等式を示してください。

∠R=180−34−71=75°、∠U=180−75−34=71°。本人の図にP-T,Q-U,R-Sの対応を書く。∠P=∠T=34°は仮定、∠Q=∠U=71°は仮定と内角の和による。二組の角が等しいので△PQR∽△TUS。PQ/TU=QR/US=RP/ST。

本人の二図、残角の計算と理由、二組の等角、条件とTUSの対応順、三比を同じ向きにすることを見る。

つぶれていない三角形PQRで、Sは辺PQ、Tは辺PRの両端を除く部分にあり、ST∥QRです。本人が点の順を入れた自分の図を描き、角の等しさをそれぞれの理由付きで示して△PSTと△PQRの相似を証明します。PS/PQ,PT/PR,ST/QRの関係も導いてください。

本人の図でP,S,QとP,T,Rの順、ST∥QRを書く。∠SPT=∠QPRは同じ二つの半直線の角、∠PST=∠PQRは平行線の同位角。二組の角が等しいので△PST∽△PQR。対応する辺からPS/PQ=PT/PR=ST/QR。

本人の点順・平行の図、等角ごとの理由、二角の条件、対応順の相似から三比へ進む証明を見る。

異なる二直線ACとBDがOで交わり、点はA,O,Cの順、B,O,Dの順に並びます。AB∥CDで、A,O,Bは一直線上にありません。本人が交差と平行を示す自分の図を描き、等角と理由から△AOBと△CODの相似を証明します。AO/CO,OB/OD,AB/CDの関係も示してください。

本人の図へ二つの点順、交点O、AB∥CDを書く。∠AOB=∠CODは対頂角、∠BAO=∠DCOは平行線AB,CDと直線ACの錯角。二組の角が等しいので△AOB∽△COD。AO/CO=OB/OD=AB/CD。

本人の交差する図と点順、対頂角・錯角の具体的な二角と理由、相似条件と順序、三比を見る。

三角形PQRの∠PQRは90°です。Qから辺PRへ引いた垂線の足をHとし、Hは辺PRの両端を除く部分にあります。本人が自分の図に直角と点順を書き、△PHQと△QHRがそれぞれ△PQRと相似であることを別々に証明します。各相似の対応順と、対応する三組の辺の比も書いてください。

本人の図にP,H,Rの順、QH⊥PR、∠PQR=90°を書く。第一に∠PHQ=∠PQR=90°、∠HPQ=∠QPRは共通の半直線から等しいので二角の条件で△PHQ∽△PQR。PH/PQ=HQ/QR=QP/PR。第二に∠QHR=∠PQR=90°、∠QRH=∠PRQは共通の半直線から等しいので△QHR∽△PQR。QH/PQ=HR/QR=QR/PR。

本人の直角と点順の図、二つの証明それぞれの二角と理由、相似条件、対応順と二通りの三比を見る。長さを三平方の定理で求める必要はない。

∠A=40°,∠B=65°,∠C=75°、∠R=40°,∠P=65°,∠Q=75°です。ある人は「二組の角が等しいので△ABC∽△PQR、AB/PQ=BC/QR」と書きました。本人が自分の図へ対応を示し、合っていない頂点と辺を具体的に説明して、条件から結論と三比まで証明を書き直してください。

本人の図でA-R,B-P,C-Q。仮定から∠A=∠R、∠B=∠Pなので二組の角が等しく△ABC∽△RPQ。三比はAB/RP=BC/PQ=CA/QR。元のPQRの順では40°のAを65°のPへ対応させ、ABの対応先もPQと誤っている。

本人の図と具体的な角の不一致、仮定からの二角の証明、正しいRPQの順と三比、誤った辺の修正を見る。

次の二三角形の数値は条件として使えます。△ABCは∠A=90°,∠B=30°,∠C=60°、AB=3√3,AC=3,BC=6cm。△DEFは∠D=30°,∠E=30°,∠F=120°、DE=2√3,DF=2,EF=2cmです。本人が自分の図と二比の計算を示し、「AB/DE=AC/DFかつ∠B=∠Eだから△ABC∽△DEF」という説明を検討します。角の位置と全体の角の組から、一般の相似条件として使えない理由を具体的に書いてください。根号の辺から角を計算し直す必要はありません。

本人の二図へ条件を書く。AB/DE=(3√3)/(2√3)=3/2、AC/DF=3/2、∠B=∠E=30°は成り立つ。しかし二辺AB,ACの間は∠A、DE,DFの間は∠Dで、90°と30°で等しくない。二辺の比と間ではない角だけを一般の相似条件にはできない。角の組も90°,30°,60°と30°,30°,120°で異なり、どの対応順でも二三角形は相似でない。

本人の二図・二比、等しい角と間の角の区別、具体的な角の不一致と反例としての結論を見る。与えた角を辺から再計算することは要件にしない。

△ABCでDは辺AB、Eは辺ACの両端を除く部分にあり、AD/AB=AE/AC=3/5です。ある人は「相似だからDE∥BC、DE∥BCだから相似」と説明しました。本人が自分の図を描き、何を先に根拠にできるかを整理して循環しない証明へ直します。△ADEと△ABCの相似、DE/BC、DE∥BCまで示してください。

本人の図へ点A,D,BとA,E,Cの順、与えた二比を書く。AD/AB=AE/ACは仮定、∠DAE=∠BACは同じ二つの半直線の角で、その二辺の間。二組の辺の比と間の角から△ADE∽△ABC。よってDE/BC=3/5、∠ADE=∠ABC。直線ABが横切る二直線で同位角が等しいのでDE∥BC。相似を先に仮定せず、与えた二比と角から導く。

本人の図・仮定と共通の間の角、条件からの相似、比と同位角の逆による平行、循環を解消した理由を見る。

本人が2以上5以下の整数rと2以上4以下の整数mを一つずつ選びます。AB=r+2,BC=r+3,CA=r+4cmとし、DE=m(r+2),EF=m(r+3),FD=m(r+4)cmの二三角形を自分の図へ具体的な数で書いてください。三角形を作れる辺かを確かめ、三組の比を計算して対応順の相似を証明し、対応する角を一組示します。一般式だけで終えず本人の数と証明を残します。

作例r=3,m=2ならAB5,BC6,CA7cm、DE10,EF12,FD14cm。5+6>7など三角形の条件を満たし、拡大後も満たす。本人の二図へ対応を書く。5/10=6/12=7/14=1/2なので三組の辺の比が等しく△ABC∽△DEF、例えば∠A=∠D。条件内の別のr,mも実際の辺・三角形の条件・三比・対応順・角がそろえば認める。

本人の条件内のr,m、具体的な二図と六辺、三角形を作れる確認、実際の三比と条件、対応順の相似と等角を見る。一般の雛形だけを作例の完了にしない。