解答: 因数分解で二次方程式を解き、全ての解を確かめる

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/solve-quadratic-equations-by-factoring-and-check-every-root/

中3 数学

1. 小さい方の解 = −8 / 大きい方の解 = 3

   x−3=0またはx+8=0よりx=3,−8です。小さい順は−8,3。

2. 小さい方の解 = 5 / 大きい方の解 = 7

   (x−5)(x−7)=0よりx=5,7です。

3. 小さい方の解 = −7 / 大きい方の解 = −5

   (x+5)(x+7)=0よりx=−5,−7です。小さい順は−7,−5。

4. 小さい方の解 = −5 / 大きい方の解 = 9

   (x−9)(x+5)=0よりx=9,−5です。

5. 小さい方の解 = −9 / 大きい方の解 = 9

   (x−9)(x+9)=0よりx=−9,9です。

6. 小さい方の解 = −13 / 大きい方の解 = 0

   x(x+13)=0よりx=0またはx=−13。小さい順は−13,0です。

7. −8

   x+8=0よりx=−8一つです。±8とはしません。

8. 9

   $(x-9)^2=0$よりx=9一つです。

9. A=0またはB=0である

   一方が0なら積は0です。両方を同時に0とする必要はありません。

10. 0と12

    $x^2-12x=x(x-12)=0$より0と12。xで割るだけでは0を失います。

11. 右辺が0でなく、積が0という条件をまだ使えないから

    AB=0からの分岐は積が0のときに使います。先に右辺0へ整理する必要があります。

12. (x+8)(x−5)

    8+(−5)=3、8×(−5)=−40より(x+8)(x−5)です。

13. 11一つ

    同じ因数x−11が0となるので値は11一つです。

14. 0

    $(-6)^2+5\times(-6)-6=36-30-6=0$です。

記述問題の解答・確認の観点

$x^2-14x+45=0$を因数分解で解いてください。本人が和と積、一次式の積、二つの「または」の場合を示します。全ての解を元の式へ実際に代入して確かめ、他の解がない理由も書きます。

−5と−9は和−14、積45なので$(x-5)(x-9)=0$。$x-5=0$または$x-9=0$より$x=5,9$。元の左辺は5で$25-70+45=0$、9で$81-126+45=0$。積が0になる全ての場合を同値変形で分けたので他の解はない。

本人の和と積、二因数と「または」、二つの解、元の式への二つの代入、全ての場合の根拠を見る。

$x^2+7x-60=0$を因数分解で解いてください。本人が正負の二数の和と積、各因数を0にする式を示し、全ての解を元の式へ代入して確かめます。因数の符号と解の符号の関係も説明してください。

12と−5は和7、積−60なので$(x+12)(x-5)=0$。$x+12=0$または$x-5=0$より$x=-12,5$。元の左辺は−12で$144-84-60=0$、5で$25+35-60=0$。因数$x+12$を0にする値は−12で、+12をそのまま解にはしない。

本人の異符号の和と積、各一次方程式と解の符号、元の式への両方の検算を見る。

$x^2-121=0$を平方の差の因数分解で解いてください。本人が二つの因数と「または」の各場合、全ての解、元の式への各代入を書きます。正の値だけを答えてよいかも説明します。

$121=11^2$より$(x-11)(x+11)=0$。$x-11=0$または$x+11=0$より$x=11,-11$。元の左辺は$11^2-121=121-121=0$、$(-11)^2-121=121-121=0$。負の−11も解なので正の値だけでは全てにならない。

本人の平方の差、正負の各場合と全ての値、各二乗を含む検算を見る。

$x^2-15x=0$を因数分解で解いてください。本人がxで割らずに積を0へ対応させ、全ての解と元の式への各代入を書きます。0も調べる必要がある理由を説明してください。

$x(x-15)=0$だから$x=0$または$x-15=0$。従って$x=0,15$。元の左辺は$0^2-15\times0=0$、$15^2-15\times15=225-225=0$。xが0ではないと決まっておらず、割ると0の解を失うので分岐で調べる。

本人の共通因数、0の枝を残す「または」、二つの検算と未知数で割らない理由を見る。

$x^2+16x+64=0$を因数分解で解いてください。本人が同じ二因数の各場合を考え、異なる解の値がいくつあるか説明します。元の式への代入と、不要な別の解を付けない理由も書きます。

$(x+8)^2=(x+8)(x+8)=0$で、どちらの場合も$x+8=0$より$x=-8$。異なる値は−8一つ。元の左辺は$64-128+64=0$。+8では$64+128+64=256\neq0$であり、二次というだけで±8にしない。

本人の同じ因数と一致する場合、解−8一つ、正しい代入と不要な+8の除外を見る。

$4x^2-44x+112=0$を因数分解で解いてください。本人が0でない定数で整理する式か、共通因数を残す式を書き、各一次方程式へ分けます。全ての解を元の式へ代入し、ここでの割り算が未知数で割る操作とどう違うか説明します。

0でない4で両辺を割ると$x^2-11x+28=0$、$(x-4)(x-7)=0$。$x=4$または7。元の左辺は4で$64-176+112=0$、7で$196-308+112=0$。別法$4(x-4)(x-7)=0$でも4は0ではない。固定の4は0でないと分かっており、値が0かもしれないxで割る操作とは違う。

本人の非零定数の整理、和−11と積28、全ての解、元の両検算と割る数の条件の違いを見る。

(x−2)(x+5)=3x+15を因数分解を使って解いてください。本人が元の積を展開し、右辺を0にする式を省略せず書きます。各場合から求めた全ての解を、元の左右両辺へ実際に代入して確かめてください。

展開して$x^2+3x-10=3x+15$、移項して$x^2-25=0$。$(x-5)(x+5)=0$より$x=5,-5$。元の式は5で左$(5-2)(5+5)=30$、右$3\times5+15=30$。−5で左$(-5-2)(-5+5)=0$、右$3\times(-5)+15=0$。

本人の展開と移項、右辺0の因数分解、各枝、元の左右両辺への二つの検算を見る。最初の二因数を直ちに0としない。

ある人は$x^2=9x$の両辺をxで割り「x=9だけ」としました。本人がこの操作の条件と失うかもしれない解を具体的に調べ、因数分解で全ての解を求めて説明を修正します。元の式の左右へ各値を実際に代入してください。

xで割るには$x\neq0$が必要だが、元の式でx=0なら左0、右0で成り立つ。$x^2-9x=x(x-9)=0$からx=0または9。検算は0で0=0、9で$81=9\times9=81$。「9だけ」は0を失っており、0と9が全て。

本人の割る条件$x\neq0$、元の0の成立、積の全ての枝と0・9の左右の計算、説明の修正を見る。

ある人は$(x-6)(x+9)=0$を「x−6=0かつx+9=0を同時に満たす値はないので、解なし」としました。本人が使うべき条件を説明し、全ての解を示します。各解で元の二因数がそれぞれいくつになるか計算し、積が0となることを確かめてください。

積が0ならx−6=0またはx+9=0で、同時である必要はない。x=6,−9。6では因数0と15で積0、−9では−15と0で積0。どちらも元の式を満たし、全ての枝からこの二値を得る。

本人の「かつ」から「または」への修正、二つの一次方程式、各解での実際の二因数の値と積を見る。

本人が2以上8以下の整数r,sを一つずつ選び、解がrと−sになる、x^2の係数が1の二次方程式を自分で作ります。本人の二数、一次式の積と展開した方程式を示し、その方程式を因数分解で解いてください。元の展開した式へ各解を代入して確かめます。

作例r=4,s=7なら$(x-4)(x+7)=0$を展開して$x^2+3x-28=0$。因数分解からx−4=0またはx+7=0でx=4,−7。元の左辺は4で$16+12-28=0$、−7で$49-21-28=0$。一般形は$x^2+(s-r)x-rs=0$だが、本人の別の条件内の二数と具体式・両検算を認める。

本人が選んだ条件内のr,s、二因数から実際に展開した方程式、各枝と両方の検算を見る。一般式や手順だけを写しても本人の作例の完了にしない。