解答: 合同条件から対応する辺と角へ、証明をつなぐ

MomentDesk · https://momentdesk.com/ja/practice/write-complete-proofs-from-triangle-congruence/

中2 数学

1. 6

   A↔D、B↔EなのでAB↔DE。合同と与えられているのでDE=6cmです。

2. 8

   B↔F、C↔DなのでBC↔FD、FD=8cmです。

3. 53

   合同な三角形の対応する角BとEは等しいので53°です。

4. 72

   180−42−66=72°です。

5. 62

   180−37−81=62°です。

6. 5

   中点は線分を二等分するので10÷2=5cmです。

7. 6

   DがAとCの間にあるのでDC=AC−AD=9−3=6cmです。

8. 4

   OAはその円の半径なので4cmです。

9. 9

   PRとRPは同じ線分なので9cmです。別の組の辺ではありません。

10. 58

    同じ交点の対頂角は等しいので58°です。

11. 121

    平行線にできる同位角は等しいので121°です。

12. 68

    和が180°なので180−112=68°です。

13. 7

    AB=ACがすでに仮定として与えられているのでAC=7cmです。

14. 43

    角の二等分線は角を等しく分けるので86÷2=43°です。

記述問題の解答・確認の観点

AB=ACの三角形ABCで、Mは辺BCの中点です。自分の図に条件を示し、AMが∠BACを二等分し、AM⊥BCでもあることを、二つの三角形の合同から証明してください。仮定から結論まで全部を書き、これから示す性質を先に根拠にしません。

△ABMと△ACMで、AB=ACは仮定、BM=CMはMが中点、AM=AMは共通。三組の辺がそれぞれ等しいので△ABM≡△ACM。対応する角から∠BAM=∠CAMでAMは角を二等分する。また∠BMA=∠CMA。B,M,Cは一直線上で二角の和180°なので、両角は90°。したがってAM⊥BC。

本人の図・中点と共通辺の根拠・三辺の条件・正しい対応・二等分と垂直への二つの結び付きを見る。「二等辺三角形の中線だから垂直」と結論を先取りしない。

PとQの距離を6cmとし、Pを中心とする半径4cmの円と、Qを中心とする半径5cmの円が二点A,Bで交わるとします。自分の図と全証明で、∠APQ=∠BPQを示してください。円の半径と共通な辺を根拠にし、角度の測定では示しません。

△PAQと△PBQで、PA=PB=4cmは同じ円の半径、QA=QB=5cmも同じ円の半径、PQ=PQは共通。三組の辺がそれぞれ等しいので△PAQ≡△PBQ。対応するPの角は等しいので∠APQ=∠BPQ。二円の半径は互いに同じである必要はなく、それぞれの円で等しいことを使う。

本人の二円と二交点の図、同じ円ごとの半径二組、共通PQ、三辺の条件、対応するPの角への結論を確認する。円の中心を結ぶ直線の性質を結論として先に使わない。

線分ABの中点をMとし、Mを通りABに垂直な直線上に、Mとは異なる点Pを取ります。自分の図と全証明でPA=PBを示してください。直角と共通な辺を用い、長さの数値計算や三平方の定理を使う必要はありません。

△AMPと△BMPで、AM=BMはMが中点、MP=MPは共通、∠AMP=∠BMP=90°はPM⊥ABから分かる。二組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので△AMP≡△BMP。対応する辺よりAP=BP。

本人の図、点PがMでないこと、直角が二辺AM・MPおよびBM・MPの間にあること、合同条件から対応辺へ進む全証明を見る。垂直二等分線の性質を証明の根拠として先取りしない。

0°より大きく180°より小さい∠AOBで、OA=OBとします。小さい方の∠AOBの二等分線上に、Oとは異なる点Pを取ります。自分の図を作り、AP=BPとなる理由を、二つの三角形の合同を用いて仮定から全部証明してください。

△OAPと△OBPで、OA=OBは仮定、OP=OPは共通、∠AOP=∠BOPはOPが角の二等分線だから等しい。二組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので△OAP≡△OBP。対応する辺よりAP=BP。ここで比べるのは点A,Bまでの距離で、辺OA,OBという直線までの垂直距離ではない。

本人の図、等しい半径方向の長さOA・OBという仮定、共通OPと角の二等分の根拠、二辺とその間の角、対応AP・BPを結ぶ全証明を見る。OA=OBを省いて同じ結論を一般化しない。

AB=ACの三角形ABCで、Dは辺ABの途中、Eは辺ACの途中にあり、AD=AEとします。自分の図に各点を置き、CD=BEを合同から証明してください。どの二辺の間に、同じAの角が入るかを明らかにし、仮定から結論まで全部を書きます。

△ADCと△AEBで、AD=AE、AC=ABは仮定。DがAB上、EがAC上なので∠DACと∠EABはどちらも∠BACに等しい。二組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので△ADC≡△AEB。対応D↔E、C↔BからDC=EB。

本人の図でD,Eがそれぞれの辺の途中にあり、Aで使う角が二辺の間であること、対応順ADC/AEBと最後のDC/EBがつながることを見る。結論CD=BEを三組目の辺として先に使わない。

凸四角形ABCDでAB∥CD、BC∥ADです。対角線ACを加えた自分の図を作り、AB=CDかつBC=ADを、二つの三角形の合同から全部証明してください。ここで示す対辺の等しさを「平行四辺形の性質」として先に使いません。

△ABCと△CDAで、平行線の錯角より∠BAC=∠DCA、∠BCA=∠DAC。AC=CAは共通。一組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので△ABC≡△CDA。対応する辺よりAB=CD、BC=DA。平行という仮定を、二つの角の等しさへ結び直して使っている。

本人の凸四角形と対角線の図、二組の平行からそれぞれ導いた錯角、共通ACの両端の角、対応順ABC/CDA、二つの対応辺への結論を確認する。

△ABCと△PQRでAB=PQ、∠A=∠P=47°、∠C=∠R=58°とします。自分の二図に仮定を示し、BC=QRかつAC=PRを全部証明してください。必要な残りの角は、証明の中で根拠を付けて導きます。

内角の和から∠B=∠Q=180°−47°−58°=75°。△ABCと△PQRでAB=PQは仮定、両端A,Pの角47°とB,Qの角75°がそれぞれ等しい。一組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので△ABC≡△PQR。対応する辺よりBC=QR、AC=PR。

本人の二図、75°を内角の和から導いた根拠、辺AB/PQの両端の対応、合同条件と二つの対応辺までの全証明を見る。残りの角を新しい仮定として測り足さない。

凸四角形KLMNでKL=KN、ML=MNです。対角線KMを示す自分の図を作り、∠LKM=∠MKNを証明します。ある人は、まだ示していない∠LKM=∠MKNを最初に仮定として使い、二辺とその間の角で合同だとしました。その循環を指摘したうえで、仮定から始める正しい全証明を書いてください。

示したい角の等しさを先に使うと循環する。正しくは△KLMと△KNMで、KL=KN、LM=NMは仮定、KM=KMは共通。三組の辺がそれぞれ等しいので△KLM≡△KNM。対応するKの角より∠LKM=∠NKM。∠NKMと∠MKNは同じ二半直線の角なので、求める∠LKM=∠MKNとなる。

本人が循環した箇所を示し、四角形の与えた二組の辺と共通対角線の三辺から、対応する角までの正しい証明を書き直すことを見る。誤りの指摘だけでは完了にしない。

異なる二直線がOで交わり、一方にA,O,Bがこの順で、他方にC,O,Dがこの順で並びます。OA=OB、∠ACO=∠BDOが仮定です。自分の図と全証明でOC=ODを示してください。二組目の辺OC=ODは結論なので、合同の条件として先に使いません。

△OACと△OBDで、∠AOC=∠BODは対頂角、∠ACO=∠BDOは仮定。内角の和から残りの∠CAO=∠DBOも等しい。OA=OBは仮定で、その両端O,AとO,Bの角がそれぞれ等しいので△OAC≡△OBD。対応する辺よりOC=OD。二辺とその間の角ではなく、角の等しさを導いて一辺とその両端の角をそろえている。

本人の二直線と点の順序、対頂角・内角の和という根拠、既知の辺OA/OBの両端の角、正しい対応順とOC/ODの結論を確認する。結論の辺を仮定にしない。

自分で二つの三角形と、合同を保証する三つの等しさの条件を決め、図と全証明を作ってください。合同を示すために用いなかった、別の対応する辺または角の等しさを結論にします。三辺を仮定にした場合は、辺の等しさを結論として言い直すのでなく、対応する角の等しさを選びます。仮定・各根拠・合同条件・対応・結論を全部書きます。

例：△JKLと△MNPでJK=MN=5cm、KL=NP=7cm、∠JKL=∠MNP=52°と決める。二辺とその間の角がそれぞれ等しいので△JKL≡△MNP。合同を示すために用いていない対応する辺JLとMPに注目し、JL=MPと結論する。本人が別の図・等しさ・合同条件・未使用の結論を選んだ場合も、三角形が成立し根拠が通れば認める。

本人が決めた二つの図、条件が三つの合同条件のいずれかに合うこと、仮定にしていない対応する辺・角への結論、循環のない全証明を確認する。見本の数値・点名・二辺と角の方法に限定しない。