変わらない基準からの差と、初期値を一緒に移す

考える手がかり

a_1=−3、a_(n+1)=2a_n+5です。
初めの四項は−3,−1,3,11。
α=2α+5からα=−5です。
b_n=a_n+5とすると、
b_1=2、b_(n+1)=2b_nです。

b_n=2·2^(n−1)=2^nより
a_n=2^n−5です。n=1は−3。
漸化式でも2(2^n−5)+5は
2^(n+1)−5で、元の規則と一致。
初期条件と漸化式の両方に代入して確かめます。

一般にa_(n+1)=p a_n+qで、nは正の整数です。
p≠1ならα=q/(1−p)として
a_(n+1)−α=p(a_n−α)です。
p≠0,1ではa_n=α+(a_1−α)p^(n−1)。
αは変わらない基準で、必ず初項になるとは限りません。

編集できる項番号· 元の値と基準からの差

n	1	2	3	4
a_n	−3	−1	3	11
b_n	2	4	8	16

b_n=a_n+5 / b_1=2を一緒に移す

b_(n+1)=2b_n / a_n=2^n−5

自分の図と式でたしかめる

自分で元の項と、同じ基準からの差を二段に対応させます。

差の初期値b_1も移し、各段で2倍となることを示します。

一般項の初期条件と、任意のnで漸化式が成り立つことを別々に確かめます。

二段の表· 移した初期値と元の両条件

同じ漸化式と異なる初期条件を区別する

考える手がかり

u_(n+1)=−u_n+10で、
a_1=2とc_1=8を比べます。
aの四項は2,8,2,8、
cの四項は8,2,8,2。
規則が同じでも全項は同じではありません。

基準は5。a_n=5−3(−1)^(n−1)、
c_n=5+3(−1)^(n−1)です。
差d_n=a_n−c_nなら、
d_1=−6、d_(n+1)=−d_n。
差は−6,6,…で、大きさ6は残ります。

同じp,qの二数列の差はd_(n+1)=p d_nです。二つの初期条件も元の式へ戻します。初めの数項だけの一致を全項の理由にはしません。p=1は等差型、p=0は初項のみ別で第2項以降qとし、分母0や0の0乗へ押し込みません。

編集できる二数列と差の四つの対応

n	1	2	3	4
a_n	2	8	2	8
c_n	8	2	8	2
差d_n	−6	6	−6	6

同じ規則 u_(n+1)=−u_n+10 / 初期値は別

自分の図と式でたしかめる

自分で二つの初期値と、その後の全ての項を分けて示します。

差の式で定数10が消える過程を、式と計算過程へ戻します。

初期差の大きさが残ることを、符号の交替と分けます。

二つの表全体· 一般項と初期差· 隣り合う項の差

いつの量かを定め、1回の操作の順序に戻す

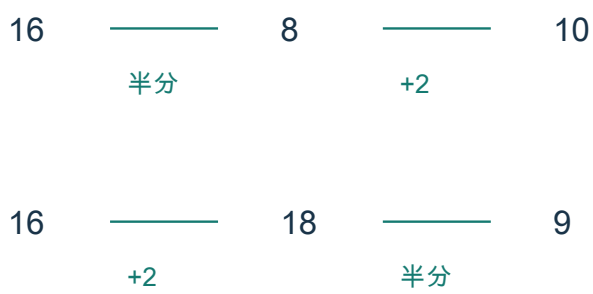
考える手がかり

仮の操作モデルでx_0=16とします。
各回で半分を残した後2を足すなら、
x_(n+1)=x_n/2+2です。
最初の三回は10,7,11/2。
先に2を足して半分なら最初は9です。

基準4からの差なら、
x_n=4+12(1/2)^n、n≧0です。
n=0で16、漸化式でも
x_n/2+2=4+6(1/2)^nは
x_(n+1)と一致します。

ここだけnは0からの非負の整数で、x_nはn回後の量です。各回の割合と追加量が一定で、他の増減はないとした有限の操作を扱います。実測や無限時間後の状態は結論しません。線· 文字は編集できますが、動かしても値や式は自動更新されません。

編集できる同じ初期値からの二つの操作順



上：先に半分、その後+2 / 下：順序が逆

自分の図と式でたしかめる

自分で操作前のn=0と、各回の終わりの量を決めます。

同じ初期値で二つの操作順を計算し、定数の違いへ戻します。

仮定した漸化式と任意の有限回の式、実測や未確認を分けます。

時点· 二つの操作順と式と計算過程· 仮定

C1· C2：初期条件と次の項への変化

C1. a_1=−5、a_(n+1)=a_n+6です。最初の5項、一般項とa_9を示してください。初期条件と任意のnで漸化式が成り立つことを確かめ、第n項までに足す回数を説明してください。

解答· 理由を書く

C1：表全体· 初期値· 一般項と漸化式

C2. a_1=−8、a_(n+1)=−a_n/2です。最初の5項、一般項とa_6を示し、初期条件と任意のnで漸化式に合うか確かめてください。項番号の範囲と負の比のかっこも書き残してください。

解答· 理由を書く

C2：表全体· 初期値· 一般項と漸化式

C3· C4：初期条件と次の項への変化

C3. 同じa_(n+1)=3a_n−4で、初項2の場合と3の場合を比べてください。変わらない基準、各一般項と最初の4項を示してください。初期値と任意のnでの規則へ戻し、基準からの最初の差が0でも0で割らずに扱います。

解答· 理由を書く

C3：表全体· 初期値· 一般項と漸化式

C4. a_1=4、a_(n+1)=−2a_n−3です。基準からの差とその初期値を示し、一般項· 最初の5項とa_6を求めてください。初期条件と任意のnの元の規則へ戻します。

解答· 理由を書く

C4：表全体· 初期値· 一般項と漸化式

C5· C6：初期条件と次の項への変化

C5. a_1=−2、a_(n+1)=a_n+3n−1です。第1項から第n項までの差の和から一般項を導き、最初の5項を示してください。n=1を別に確認し、任意のnで元の差へ戻します。

解答· 理由を書く

C5：表全体· 初期値· 一般項と漸化式

C6. a_1=5、a_(n+1)=2a_n−4について、友人はa_n=4+2^nとしました。候補の初期値と任意のnでの漸化式の成立を別々に確かめ、すべての条件に合う一般項へ直してください。最初の4項でも確認します。

解答· 理由を書く

C6：表全体· 初期値· 一般項と漸化式

C7· C8：初期条件と次の項への変化

C7. 初期値はいずれも−2です。規則Aはa_(n+1)=a_n+3、規則Bはb_(n+1)=0·b_n+7です。最初の5項と全ての正の整数nでの表し方を示してください。p=1や0を別に扱う理由を、初期条件と漸化式から説明してください。

解答· 理由を書く

C8. 初項cを−3,4から、係数pを−2,3から、確かめる番号Nを4,5から一つずつ選んでください。a_1=c、a_(n+1)=p a_n−3について、基準· 一般項とa_Nを求め、初めから第N項まで直接計算してください。初期条件と任意のnで漸化式が成り立つことも確かめ、8通り全てを調べる必要はありません。

解答· 理由を書く

C7：表全体· 初期値· 一般項と漸化式

C8：表全体· 初期値· 一般項と漸化式