漸化式と初期条件：基準からの差と一般項

講師用メモ・バージョン 3

生徒が初期条件から各項を作り、任意のnの式で漸化式が成り立つことを、計算過程を示して確かめたかを見ます。基準を引くなら初期差も移し、差0で割りません。p=1と0、項番号1と操作前0を分けます。正しい同値式・別解・生徒の選んだ一例を認め、全8条件を必須にしません。生徒の表全体・式と計算過程と理由を講師の見本・支援、未確認から分けます。実際の生徒との試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：初期条件と次の項への変化

C1. a_1=−5、a_(n+1)=a_n+6です。最初の5項、一般項とa_9を示してください。初期条件と任意のnで漸化式が成り立つことを確かめ、第n項までに足す回数を説明してください。

解答・確認の観点：項は−5,1,7,13,19。a_n=−5+6(n−1)=6n−11、a_9=43。初項−5、任意のnで差6。生徒の全5項・式と計算過程・n−1回の対応と元の両条件を見る。

C2. a_1=−8、a_(n+1)=−a_n/2です。最初の5項、一般項とa_6を示し、初期条件と任意のnで漸化式に合うか確かめてください。項番号の範囲と負の比のかっこも書き残してください。

解答・確認の観点：項は−8,4,−2,1,−1/2。a_n=−8(−1/2)^(n−1)、a_6=1/4。n=1で−8、漸化式どおり−1/2倍になり、一致。生徒の整数の番号・式と計算過程・初期値と漸化式の確認を見る。

C3・C4：初期条件と次の項への変化

C3. 同じa_(n+1)=3a_n−4で、初項2の場合と3の場合を比べてください。変わらない基準、各一般項と最初の4項を示してください。初期値と任意のnでの規則へ戻し、基準からの最初の差が0でも0で割らずに扱います。

解答・確認の観点：基準α=2。初項2なら差0で全項2、一般項2。初項3なら差1でa_n=2+3^(n−1)、項3,5,11,29。両方とも初期値と漸化式に合う。差0を公比の商で割らず、b_(n+1)=3b_nと初期差から扱う。生徒の二つの式・全4項ずつと元の条件を見る。

C4. a_1=4、a_(n+1)=−2a_n−3です。基準からの差とその初期値を示し、一般項・最初の5項とa_6を求めてください。初期条件と任意のnの元の規則へ戻します。

解答・確認の観点：基準α=−1、b_n=a_n+1、b_1=5、b_(n+1)=−2b_n。a_n=−1+5(−2)^(n−1)。項4,−11,19,−41,79でa_6=−161。初項4、漸化式の右辺は−2a_n−3=−1−10(−2)^(n−1)=−1+5(−2)^n。生徒の移した初期値・式と計算過程と元の両条件を見る。

C5・C6：初期条件と次の項への変化

C5. a_1=−2、a_(n+1)=a_n+3n−1です。第1項から第n項までの差の和から一般項を導き、最初の5項を示してください。n=1を別に確認し、任意のnで元の差へ戻します。

解答・確認の観点：n≧2でa_n=−2+Σ_{k=1}^{n−1}(3k−1)=−2+3n(n−1)/2−(n−1)=(3n²−5n−2)/2。項−2,0,5,13,24。n=1は変化0回で−2。任意のnで差3n−1。生徒の上限n−1・全導出・全項と初期値を見る。

C6. a_1=5、a_(n+1)=2a_n−4について、友人はa_n=4+2^nとしました。候補の初期値と任意のnでの漸化式の成立を別々に確かめ、すべての条件に合う一般項へ直してください。最初の4項でも確認します。

解答・確認の観点：候補はn=1で6となり初項5に合わないが、漸化式の右辺は2(4+2^n)−4=4+2^(n+1)で合う。正しくa_n=4+2^(n−1)、項5,6,8,12。初項5と漸化式の右辺2a_n−4=4+2^nを両方確認。生徒の二つの検証を別に見る。

C7・C8：初期条件と次の項への変化

C7. 初期値はいずれも−2です。規則Aはa_(n+1)=a_n+3、規則Bはb_(n+1)=0·b_n+7です。最初の5項と全ての正の整数nでの表し方を示してください。p=1や0を別に扱う理由を、初期条件と漸化式から説明してください。

解答・確認の観点：Aは−2,1,4,7,10でa_n=−2+3(n−1)=3n−5。Bは−2,7,7,7,7でb_1=−2、n≧2ではb_n=7。Aでq/(1−p)は分母0、Bで一般式に0の0乗を押し込まず初項を別にする。生徒の二つの表全体・範囲と元の両条件を見る。

C8. 初項cを−3,4から、係数pを−2,3から、確かめる番号Nを4,5から一つずつ選んでください。a_1=c、a_(n+1)=p a_n−3について、基準・一般項とa_Nを求め、初めから第N項まで直接計算してください。初期条件と任意のnで漸化式が成り立つことも確かめ、8通り全てを調べる必要はありません。

解答・確認の観点：作例c=−3,p=3,N=5ならα=3/2、初期差−9/2、a_n=3/2−(9/2)3^(n−1)。項は−3,−12,−39,−120,−363でa_5=−363。一般にα=−3/(1−p)、a_n=α+(c−α)p^(n−1)。生徒の別の許された一例・全N項と元の両条件を認める。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学B：漸化式と初期条件・再帰的な関係（冊子102–104/PDF114–116）— https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=115