四つの部分を、四つの積と公式へ結ぶ

考える手がかり

x>0で、縦x+2· 横2x+3の長方形を考えます。縦をxと2、横を2xと3に分けると、四つの部分の面積は2x²,3x,4x,6です。

全体の積は (2x+3)(x+2)。分配法則で四つの積を足し、交差する3xと4xを7xへまとめると2x²+7x+6です。

同じ単位の辺と、その二乗の面積を自分の図と式に対応させます。図は仕組みを示す模式図で、線の長さからxの値を測りません。

模式図：辺と四つの面積は編集できます

	2x	3
x	2x²	3x
2	4x	6

(2x+3)(x+2)

=2x²+7x+6

自分の図と式でたしかめる

辺と四つの部分の面積を示す別の図を実際に描きます。

全体の積、四つの積、まとめた式を図の各部分へ結びます。

交差する二つの長方形を一つとして落とさない理由を書きます。

四分割図· 辺· 各面積· 式

二つの帯を引き、二度引いた重なりを戻す

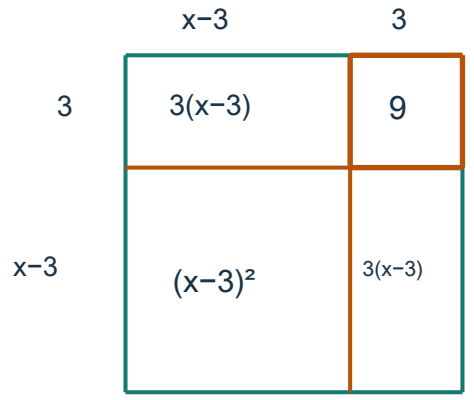
考える手がかり

x>3の正方形で、一辺xから右と上の幅3の帯を除きます。各帯の面積は正の3xで、角の9が重なります。残る正方形は一辺x−3です。

重なりを一度戻すので、(x−3)²=x²−3x−3x+9=x²−6x+9。最後が+9なのは、普通の面積を負の部品にしたためではありません。

四つの積も x²,−3x,−3x,+9です。図の正の面積と、それを引く· 戻す式の符号を分けて説明します。

模式図：二帯と角の重なりを区別する



上の帯3x· 右の帯3x· 重なり9

自分の図と式でたしかめる

元の正方形· 二帯· 重なり· 残りを実際の図で示します。

二帯の面積と重なりを、引く二項と足し戻す項へ結びます。

図の正の長さの条件と、分配法則の式を区別して書きます。

二帯· 重なり· 残り· 符号の理由

同じ二部分の並べ替えで、和と差の積を説明する

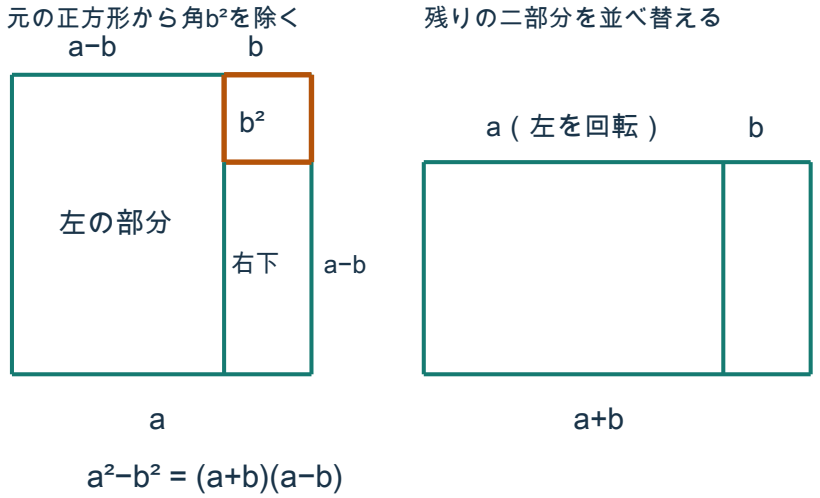
考える手がかり

a>b>0とします。一辺aの正方形の右上の角b²を除きます。残りは左の幅a−b· 高さaと、右下の幅b· 高さa−bの二部分です。

左の部分を回して横a· 縦a−bとし、右下を隣へ置けば横a+b· 縦a−b。切り捨てたb²は戻していません。残りの面積は変わりません。

だから (a+b)(a−b)=a²−b²。分配法則でもa²−ab+ab−b²となり、交差項が打ち消し合います。自分の二図と辺、式に対応させます。

模式図：除く角· 切り分け· 回転した二部分



自分の図と式でたしかめる

元の図と並べ替えた図の、対応する同じ二部分を示します。

辺a,b,a−b,a+bと保存した面積を自分の二図へ書きます。

切り分けの説明と、四つの積の打消しを結びます。

切分け図· 並替え図· 辺· 打消し

C1· C2：面積図と公式

C1. x>0で (x+7)(x+3) を考えます。各辺をxと定数へ分けた実際の面積図を描き、辺· 四つの部分の面積· 全体の積· 展開の式を対応させてください。交差項を落とすと何が不足するかも説明します。

解答· 理由を書く

C1：図· 辺· 四つの部分の面積· 式と理由

C2. p>0,q>0で一辺p+qの正方形を考えます。縦横をpとqへ分けた実際の図を描き、二つの長方形の辺と面積、平方の公式の各項を対応させてください。二つのpqを一つと数える説明を直します。

解答· 理由を書く

C2：図· 辺· 四つの部分の面積· 式と理由

C3・C4：面積図と公式

C3. x>5で一辺x−5の正方形を考えます。一辺xから二つの幅5の帯を除く実際の図を描き、重なりと残りの辺を示してください。最後の項を−25とする説明を、図と分配法則の式で直します。

解答・理由を書く

C4. a>b>0で、一辺aの正方形から右上の一辺bの角を除きます。残りを二長方形へ切り分けた図と、それを辺a+bとa−bへ並べ替えた図を実際に描いてください。各部分の辺、保存した面積と四つの積の打消しで公式を説明します。

解答・理由を書く

C3：図・辺・四つの部分の面積・式と理由

C4：図・辺・四つの部分の面積・式と理由

C5· C6：面積図と公式

C5. u>0で一辺3u+2の正方形を考えます。縦横を3uと2へ分けた実際の図と四つの部分の面積を書き、(3u+2)²の展開を説明してください。「最初は3u²、交差項は6uが一つ」という意見を直します。

解答· 理由を書く

C5：図· 辺· 四つの部分の面積· 式と理由

C6. t>4で縦t−4· 横t+1の長方形を考えます。縦t· 横t+1の元の図から、高さ4の正の帯を除く実際の図を描いてください。元· 帯· 残りを各部分と式へ分け、負の長さの部品を作らず展開を説明します。

解答· 理由を書く

C6：図· 辺· 四つの部分の面積· 式と理由

C7・C8：面積図と公式

C7. y>−2で縦y+4・横y+7の長方形を考えます。M=y+2と置き、縦をMと2、横をMと5へ分けた実際の図を描いてください。M>0の理由、四つの部分の面積・公式・元のyへ戻した全計算を対応させます。

解答・理由を書く

C8. 正の整数a,bを二組作り、各組でa+b=12、二組のabは違うようにします。x>0で (x+a)(x+b) の二つの実際の面積図と四部分を書き、展開の係数が同じでも定数項が違うことを、自分の数値と式・比較文で示してください。

解答・理由を書く

C7：図・辺・四つの部分の面積・式と理由

C8：図・辺・四つの部分の面積・式と理由