同じ弧と頂点をそろえ、半分の向きを決める

考える手がかり

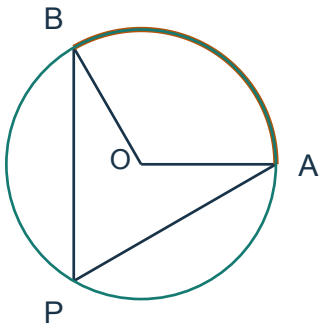
円周角∠APBが見込むのは、頂点Pを含まない方の弧ABです。同じ弧に対する中心角を半分にします。

小さい弧の中心角120°なら円周角60°。大きい弧の中心角240°を見込むなら円周角120°です。必ず小さい側の中心角を使うわけではありません。

同じ指定した弧を見込む別の円周角は等しくなります。直径の半円は180°なので、直径に対する円周角は90°です。図を測らず、弧と頂点へ戻ります。

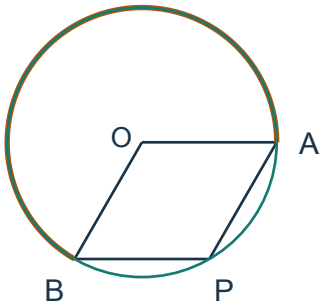
編集できる二つの円：指定弧と頂点を分ける

小さい弧を見込む



中心角120° → 円周角60°

大きい弧を見込む



中心角240° → 円周角120°

茶色が指定した弧。頂点Pはその弧に含めない。

自分の図と式でたしかめる

中心、指定した弧、頂点と与えた角を自分の図へ書きます。

使う弧の中心角と円周角を対応させ、度付きの計算を残します。

二倍で元の中心角に戻し、反対側の弧と混ぜていないか確かめます。

円· 指定弧· 計算と理由

逆では、等しい角と同じ側を仮定から確かめる

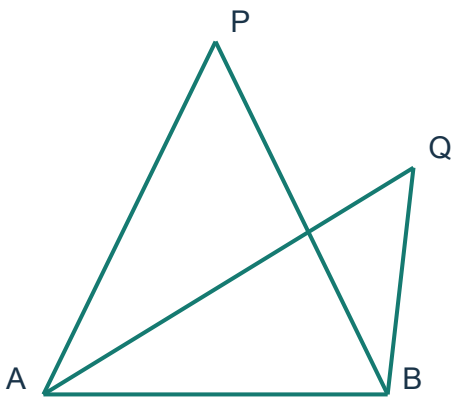
考える手がかり

四点A, B, P, Qは全て異なり、PとQは直線ABの同じ側です。∠APB=∠AQB=52°を仮定とします。

共通の端点A, Bに対する角が等しく、二頂点が直線ABの同じ側なので、円周角の定理の逆から四点は同じ円周上にあります。

図では円を最初から描いて仮定にしていません。「同じ円だから角が等しい」と先に書くと、示すべき結論を根拠にする循環になります。

編集できる四点の条件図：円は結論の後で加える



P,Qは直線ABの同じ側

∠APB=∠AQB=52° / 円はまだ仮定しない

自分の図と式でたしかめる

端点と二頂点、同じ側、角の等しさを図に書きます。

角の等しさを、与えた条件からどのように得たかを説明します。

逆の仮定をそろえてから、同一円周上という結論へ進みます。

仮定· 等しい角· 同じ側· 証明

同じ側を落とす反例を、条件と結論で確かめる

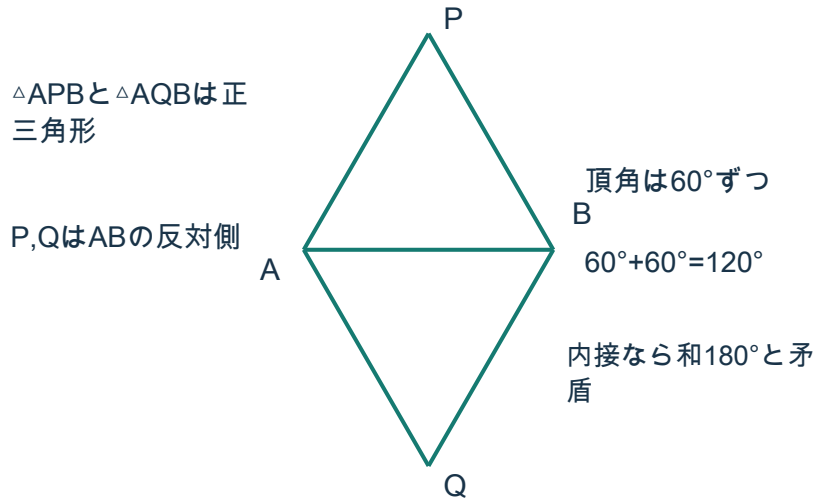
考える手がかり

ABを共有する二つの正三角形を、直線ABの反対側に作ります。二つの頂角は60°で等しく、角の等しさという条件は満たします。

もし四点が同じ円周上なら、四角形APBQの向かい合う内角PとQの和は180°です。しかし実際には60°+60°=120°で矛盾します。

したがって、この四点は同じ円周上になく、逆の同じ側という条件は落とせません。反対側の二角が90°ずつなら等しく同一円周上にもなれるので、反対側なら常に不可能とは言いません。

編集できる反対側の正三角形：円は描かない



自分の図と式でたしかめる

反対側に二つの正三角形を描き、条件を満たすことを示します。

同一円周上だとした場合の和と、実際の和を比べます。

仮定は成り立つが結論は成り立たないという反例の二点を説明します。

反例· 仮定の成立· 結論が成り立たない理由

C1・C2：弧・仮定・計算と証明

C1. 中心Oの円で、指定した小さい弧ABの中心角は142°です。P,Qはその弧を含まない方の開いた弧上の異なる点です。自分の図へ弧と頂点を書き、∠APBと∠AQBを計算し、二つが等しい理由を中心角との関係から説明してください。

解答・理由を書く

C2. 大きい弧ABの中心角は258°で、Pは残りの小さい開いた弧上、Qは大きい弧の途中にあります。二つの弧を自分の図に書き、∠APBと∠AQBを求め、使う弧の違いと和での確認を説明してください。

解答・理由を書く

C1：円・弧・仮定・理由と結論

C2：円・弧・仮定・理由と結論

C3· C4：弧· 仮定· 計算と証明

C3. ABは直径で、Pは端点以外の円周上の点、∠PAB=31°です。直径と半径OPを自分の図に書き、∠APB、∠PBAと、Bを含まない弧APに対する中心角∠AOPの小さい側を求め、性質と確認を残してください。

解答· 理由を書く

C4. 四点A, B, P, Qは全て異なり、P, Qは直線ABの同じ側、∠APB = ∠AQB = 47°です。円を最初から仮定しない条件図を描き、四点が同じ円周上にあることを証明してください。円周角の定理の逆を使うための条件も一つずつ書きましょう。

解答· 理由を書く

C3：円· 弧· 仮定· 理由と結論

C4：円· 弧· 仮定· 理由と結論

C5・C6：弧・仮定・計算と証明

C5. 同じ円周上にA、B、C、Dがこの順に並び、弧BCと弧DAは等しいものとします。自分の図へ対角線ACと等しい弧を書き、等しい円周角と錯角の逆を使ってAB∥CDを証明してください。

解答・理由を書く

C6. 「同じ端点に対する等しい角なら、二頂点が反対側でも必ず同じ円周上」という主張に対し、ABを共有して反対側に正三角形APB,AQBを描き、反例になることを証明してください。仮定が成り立つことと結論が成り立たないことの両方を書きます。

解答・理由を書く

C5：円・弧・仮定・理由と結論

C6：円・弧・仮定・理由と結論

C7・C8：弧・仮定・計算と証明

C7. 四点A, B, P, Qは全て異なりP, QはABの同じ側、∠APB = 44°、∠BAQ = ∠ABQ = 68°です。「同じ円だから二角が等しい、逆から同じ円」という証明の循環を説明し、自分の条件図と仮定だけから正しい証明へ直してください。

解答・理由を書く

C8. 32以上68以下の偶数aを一つ選びます。異なる二点A、Bを通る直線の同じ側に、底角が両方(180−a)/2度の△APBと、Aの底角がそれより8度小さくBの底角が8度大きい△AQBを描きます。四つの底角と二つの頂角を計算してください。PとQが異なる点であり、二つの三角形が成り立ち、PとQが直線ABの同じ側にあることを確かめて、四点が同じ円周上にあることを証明しましょう。

解答・理由を書く

C7：円・弧・仮定・理由と結論

C8：円・弧・仮定・理由と結論