円周角の定理とその逆：弧・同じ側・角の計算と証明

講師用メモ・バージョン 2

生徒の図で、円周角が見込む頂点を含まない弧と同じ弧に対応する中心角を先に確認します。大きい弧の中心角を小さい側へ勝手に置き換えないか、直径の半円から直角を導いたかを見ます。逆は共通端点・異なる四点・等しい角・二頂点が直線ABの同じ側という仮定をそろえます。C6は反対側の正三角形による反例で、仮定の成立と結論の不成立の両方が必要です。C7は意図的な循環の修正で、内角和で角を独立に求めてから逆を使います。C8は生徒の具体的な偶数と二つの三角形、全計算と証明を確認し、一般式だけでは完了にしません。講師の支援と生徒が説明した理由、未確認と次の問いを分けて手動記録します。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：弧・仮定・計算と証明

C1. 中心Oの円で、指定した小さい弧ABの中心角は142°です。P,Qはその弧を含まない方の開いた弧上の異なる点です。自分の図へ弧と頂点を書き、∠APBと∠AQBを計算し、二つが等しい理由を中心角との関係から説明してください。

解答・確認の観点：指定した同じ弧ABの中心角142°に対する円周角なので、∠APB=142÷2=71°、∠AQB=142÷2=71°。生徒の図で二頂点が指定弧を含まない開いた弧上にあり、端点とは異なることを示す。二つが同じ中心角の半分で等しく、2×71=142°と確認する。図・弧の対応・計算と理由を見る。

C2. 大きい弧ABの中心角は258°で、Pは残りの小さい開いた弧上、Qは大きい弧の途中にあります。二つの弧を自分の図に書き、∠APBと∠AQBを求め、使う弧の違いと和での確認を説明してください。

解答・確認の観点：Pは大きい弧を見込むので∠APB=258÷2=129°。Qを含まない小さい弧の中心角は360−258=102°で、∠AQB=102÷2=51°。129+51=180°。生徒の図の二弧と二頂点、各頂点を含まない弧への対応、全計算・度付きの答えと確認を見る。

C3・C4：弧・仮定・計算と証明

C3. ABは直径で、Pは端点以外の円周上の点、∠PAB=31°です。直径と半径OPを自分の図に書き、∠APB、∠PBAと、Bを含まない弧APに対する中心角∠AOPの小さい側を求め、性質と確認を残してください。

解答・確認の観点：直径の半円から∠APB=90°。三角形の内角の和で∠PBA=180−90−31=59°。Bを含まない弧APの中心角の小さい側∠AOP=2×59=118°。31+59+90=180°、118÷2=59°と確認。生徒の直径・半径と弧の図、三つの角・性質・計算を見る。

C4. 四点A, B, P, Qは全て異なり、P, Qは直線ABの同じ側、∠APB = ∠AQB = 47°です。円を最初から仮定しない条件図を描き、四点が同じ円周上にあることを証明してください。円周角の定理の逆を使うための条件も一つずつ書きましょう。

解答・確認の観点：生徒の図で共通端点A,B、同じ側の異なる頂点P,Qと等しい47°を示す。等しい二角と同じ側の条件がそろうので、円周角の定理の逆からA,B,P,Qは同じ円周上にある。円周上と先に仮定して角の等しさを導かない。仮定・適用条件・理由と結論までの証明を見る。

C5・C6：弧・仮定・計算と証明

C5. 同じ円周上にA、B、C、Dがこの順に並び、弧BCと弧DAは等しいものとします。自分の図へ対角線ACと等しい弧を書き、等しい円周角と錯角の逆を使ってAB∥CDを証明してください。

解答・確認の観点：∠BACは弧BC、∠ACDは弧DAに対する円周角なので、等しい弧から二角は等しい。円周順からB,DはACの反対側にあり、この二角はACを横切るABとCDの錯角である。錯角が等しいことの逆からAB∥CD。生徒の円周順・二弧・ACの図、各角の根拠と平行への推論を見る。

C6.「同じ端点に対する等しい角なら、二頂点が反対側でも必ず同じ円周上」という主張に対し、ABを共有して反対側に正三角形APB,AQBを描き、反例になることを証明してください。仮定が成り立つことと結論が成り立たないことの両方を書きます。

解答・確認の観点：生徒の図で二つの正三角形の頂点P,QをABの反対側に置く。二角は正三角形より60°ずつで等しく、仮定を満たす。もし同一円周上なら四角形APBQの向かい合う角の和は180°だが、実際は120°で矛盾する。したがって同一円周上ではなく反例。図・条件の成立・矛盾と結論を見る。

C7・C8：弧・仮定・計算と証明

C7. 四点A, B, P, Qは全て異なりP, QはABの同じ側、∠APB = 44°、∠BAQ = ∠ABQ = 68°です。「同じ円だから二角が等しい、逆から同じ円」という証明の循環を説明し、自分の条件図と仮定だけから正しい証明へ直してください。

解答・確認の観点：生徒の図へ同じ側と44°,68°,68°を書く。示すべき同一円周上を最初の根拠にしているため循環である。△AQBの内角の和から∠AQB=180−68−68=44°を独立に得る。∠APB=∠AQBで共通端点と同じ側の条件があるので、円周角の定理の逆から四点は同じ円周上にある。図・循環箇所・独立の式・逆と結論を見る。

C8. 32以上68以下の偶数aを一つ選びます。異なる二点A、Bを通る直線の同じ側に、底角が両方(180−a)/2度の△APBと、Aの底角がそれより8度小さくBの底角が8度大きい△AQBを描きます。四つの底角と二つの頂角を計算してください。PとQが異なる点であり、二つの三角形が成り立ち、PとQが直線ABの同じ側にあることを確かめて、四点が同じ円周上にあることを証明しましょう。

解答・確認の観点：作例a=48なら△APBの底角66°,66°、△AQBは58°,74°。頂角は180−66−66=48°と180−58−74=48°で等しい。底角は正で和180°未満なので非退化で、Aの半直線が8°異なるためP,Qは異なる。同じABの側に描き、共通端点・等しい頂角・同じ側から円周角の定理の逆で同一円周上と結論する。別の条件内aも、生徒の実際の図・全計算・条件と証明がそろえば認める。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・中3B(2)：円周角と中心角・逆（冊子147〜148/PDF151〜152） — https://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2019/03/18/1387018_004.pdf#page=151

現行東京書籍R7：円周角と中心角・逆（指導計画PDF16） — https://ten.tokyo-shoseki.co.jp/text/chu/sugaku/download/documents/R7sugaku_saian_3_2.pdf?20250130=#page=16

教育出版R7：円周角と中心角・逆（公式要点） — https://www.kyoiku-shuppan.co.jp/ml-jh25/sugaku/files/3nen-unit6-3.pdf