頂点と一つの通過点から、式全体を作る

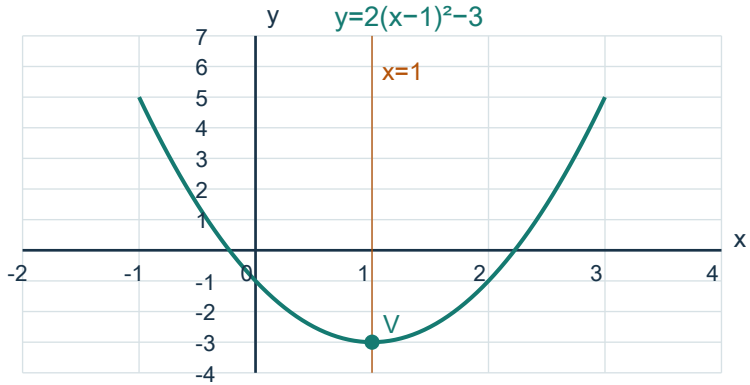
考える手がかり

頂点が(1,−3)、点(3,5)を通る二次関数を考えます。平方完成した形を選びy=a(x−1)²−3と置きます。通過点で5=4a−3、a=2。a≠0も確かめます。

得た式はy=2(x−1)²−3。一般形はy=2x²−4x−1です。軸は直線x=1、頂点は点(1,−3)。平方完成した形とx=3の代入値5で、与えられたすべての条件に戻ります。

x=−1,0,1,2,3の値は5,−1,−3,−1,5。右の線と文字は講師の見本です。式を求める過程とすべての条件の検算、自分の表· 軸· 頂点· 滑らかな曲線を別に残します。

編集できる条件点· 頂点· 求めた曲線の見本



x : 1目盛り1 / y : 1目盛り1

曲線は編集可能な近似。値は式と表で確かめる。

自分の図と式でたしかめる

未知の係数を含む式を立て、通る点の座標を代入してaを求めます。

頂点だけの条件と、頂点以外の点を加えた条件の違いを説明します。

一般形の全係数と平方完成した形の同値性、すべての条件· 表と曲線を照合します。

未知係数· すべての条件の代入· 具体表と曲線

三点から係数を消去し、全ての点へ戻す

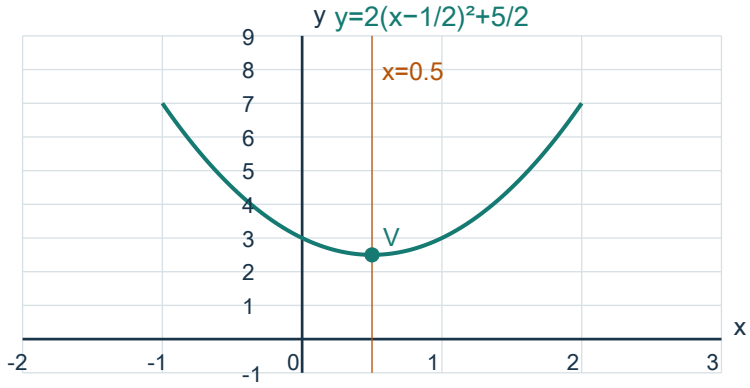
考える手がかり

三点(−1,7),(1,3),(2,7)から一般形y=ax²+bx+cを作ります。条件式はa−b+c=7、a+b+c=3、4a+2b+c=7。最初の二式の差で2b=−4、b=−2です。

残りはa+c=5、4a+c=11。差から3a=6なのでa=2、c=3。式はy=2x²−2x+3です。三点へ代入して7,3,7となることと、a≠0を確かめます。

平方完成するとy=2(x−1/2)²+5/2。軸x=1/2、頂点(1/2,5/2)。x=−1,0,1,2の値は7,3,3,7です。自分の連立計算· 全三点· 表と曲線を対応させ、一点の一致だけで採用しません。

編集できる三点条件から求めた曲線の見本



x : 1目盛り1 / y : 1目盛り1

曲線は編集可能な近似。値は式と表で確かめる。

自分の図と式でたしかめる

どの式の差を取ったかを、実際の等式で残します。

三つのxが異なることと、二次係数が0でないことを確認します。

表にない分数の頂点も、平方完成とグラフで確かめます。

三条件· 消去· 全三点検算· 表と曲線

点の個数だけで、一つに決まると考えない

考える手がかり

軸x=2、通過点(0,9),(4,9)ならy=a(x−2)²+qと置きます。二点は軸から同じ距離2で、両方とも4a+q=9という同じ条件式になります。

例えばf=(x−2)²+5とg=−(x−2)²+13は、どちらもa≠0で軸x=2、二点の値9を満たします。しかし頂点のyは5と13で異なり、一意には決まりません。

二つの実際の式とすべての条件の検算、x=0,1,2,3,4の二表· 二曲線を作ります。右は一部の比較表です。もし(4,9)を(4,10)に変えれば同じ平方に異なるyを要求し、条件不足ではなく矛盾になります。

編集できる同じ条件· 異なる頂点の比較

軸x=2、通過点(0,9),(4,9)

x	(x−2)²	f(x)	g(x)
0	4	9	9
2	0	5	13
4	4	9	9

f=(x−2)²+5 / g=−(x−2)²+13

自分の図と式でたしかめる

二表のx=1,3の値をそれぞれ計算して加えます。

同じ座標平面の二曲線で、共通点と異なる頂点を示します。

一点を変更した矛盾例では、同時に満たせない二式を具体的に書きます。

二つの具体式· すべての条件· 二表と二曲線· 矛盾との違い

C1· C2：条件式· 全検算と図

C1. 頂点が(−3,4)で点(−1,−8)を通る二次関数を、自分で式を立てて求めてください。平方完成した形と一般形、a≠0、頂点と通過点のすべての条件を確かめ、x=−5,−4,−3,−2,−1の表と軸· 頂点を含むグラフを作ってください。

解答· 理由を書く

C2. 軸x=2、点(0,11),(3,2)を通る二次関数を定めます。軸を使う形と二本の条件式を選び、a,qを求めてすべての条件を検算します。x=0,1,2,3,4の表· 頂点とグラフを残し、点の軸からの距離も確かめてください。

解答· 理由を書く

C1：条件式· 計算· すべての条件· 表と図

C2：条件式· 計算· すべての条件· 表と図

C3· C4 : 条件式· 全検算と図

C3. 三点(0,−2),(1,0),(3,16)から二次関数を定めます。三条件を一般形へ代入し、消去でa,b,cを求めます。全三点とa≠0、軸· 頂点、x=−2,−1,0,1,2の表とグラフを示してください。

解答· 理由を書く

C3 : 条件式· 計算· すべての条件· 表と図

C4. 三点(−2,8),(1,−4),(3,8)から二次関数を定めます。cを含む三式から一つの係数を消し、具体的に残りを求めます。全三点への代入、平方完成と軸· 頂点、x=−1,0,1,2,3の表とグラフを残してください。

解答· 理由を書く

C4 : 条件式· 計算· すべての条件· 表と図

C5· C6：条件式· 全検算と図

C5. x切片が−4と1で、点(0,−12)を通る二次関数を定めます。因数形を選び、一般形と平方完成した形へ直してください。切片二点と通過点の検算、x=−4,−3,−2,−1,0,1の表と軸· 頂点を含むグラフを残します。

解答· 理由を書く

C6. 二次係数a=−1で、点(0,2),(4,10)を通る二次関数を定めます。平方完成した形を置き、二本の式の差からp,qを求めてください。一般形でも既知係数と両点を検算し、x=1,2,3,4,5の表· 軸と頂点· 両通過点を含むグラフを作ります。

解答· 理由を書く

C5：条件式· 計算· すべての条件· 表と図

C6：条件式· 計算· すべての条件· 表と図

C7· C8：条件式· 全検算と図

C7. 三点(−2,−5),(0,1),(3,10)を通る二次関数があるか、三本の条件式で調べます。a,b,cを求め、a≠0と照合してください。二次関数がないなら、条件に合う一次式と全三点の検算、三点と直線の図を示し、「関数が一つもない」とは限らない理由を書きます。

解答· 理由を書く

C8. aを−3,1,2から一つ、pを−1,2から一つ、qを−4,3から一つ選んでy=a(x−p)²+qを作ります。x=p−2,p−1,p+1の三点を具体条件にし、元の式を見ずに三点から一般形を求め直します。元の式との照合、全三点とa≠0、x=p−2,p−1,p,p+1,p+2の表· 軸と頂点· グラフを残します。

解答· 理由を書く

C7：条件式· 計算· すべての条件· 表と図

C8：条件式· 計算· すべての条件· 表と図