偏差を足すことと、平方を平均することを分ける

考える手がかり

説明用データ2,4,8,10は平均6です。各偏差は−4,−2,2,4で合計0ですが、値が全て同じという意味ではありません。自分の表で偏差とその平方を別の行へ記します。

平方の合計16+4+4+16=40を、元の個数4で割ります。分散$s^2=10$、標準偏差$s=\sqrt{10}$です。各平方が0以上なので分散も0以上で、標準偏差は非負の平方根です。

全ての偏差が0のときに限り、分散と標準偏差は0です。この教材では有限の全データの平方偏差の平均を使い、n−1の推定量とは区別します。右の表は講師の見本です。

編集できるすべての偏差· 平方と個数の表

番号	1	2	3	4
x	2	4	8	10
x−6	−4	−2	2	4
$(x-6)^2$	16	4	4	16

平均6 / 偏差の合計0

分散=(16+4+4+16)/4=10

標準偏差=√10

自分の図と式でたしかめる

別の4データで平均とすべての偏差· 平方の表を作り、二つの合計を確かめます。

偏差の打消しと、平方の非負の和が違うことを具体的な行で説明します。

分散を求めるときに何で割るかを確かめ、標準偏差には0以上の平方根を使います。

全データ· 偏差· 平方と分散

負の倍率では、偏差と標準偏差を区別する

考える手がかり

説明用のx=−1,1,5,7は平均3、偏差−4,−2,2,4、分散10、標準偏差√10です。y=−2x+5で、y=7,3,−5,−9、平均−1になります。

新しい偏差は8,4,−4,−8で、元の偏差の−2倍です。その平方64,16,16,64は元の4倍なので、分散160/4=40、標準偏差2√10です。負の標準偏差にはしません。

yの平均は−2×3+5=−1です。各行でもy−(−1)=−2(x−3)となり、加算5は偏差に残りません。一般のy=ax+bも、偏差a倍· 分散a²倍· 標準偏差|a|倍へ戻します。

編集できる元の値· 変換後の値と各偏差

y=−2x+5 / 平均3 →−1

番号	x	x−3	y	y+1
1	−1	−4	7	8
2	1	−2	3	4
3	5	2	−5	−4
4	7	4	−9	−8

分散10 →40 / 標準偏差√10 →2√10

偏差−2倍 / 平方4倍

自分の図と式でたしかめる

元と後の対応行を保ち、すべての偏差と平方、各平均· 分散を確かめます。

データの大小の順序の反転と、標準偏差が非負であることを分けて説明します。

別の負の倍率と加算を自分で選び、公式だけでなく実際の二表を残します。

二表· 負の倍率と標準偏差

単位の変換と、全て同じ値になる変換を調べる

考える手がかり

実測ではない説明用の長さ1,2,4,5mは平均3m、偏差−2,−1,1,2mです。分散10/4=5/2m²、標準偏差√10/2m。cmでは平均300cm、分散25000cm²、標準偏差50√10cmです。

同じ長さを別の単位で表しただけなので、実際の長さが増えたのではありません。値· 偏差· 標準偏差の数値は100倍、分散の数値は10000倍。分散のm²はここで面積を測った意味ではありません。

別に、元の各数へy=0×x+3という変換をすると、全て3になります。平均3、偏差と平方は全て0、分散と標準偏差も0です。単位を変えることと、異なる値を一つへつぶす変換を区別します。

編集できる単位別の三指標と定数の表

1,2,4,5 m →100,200,400,500 cm

表す単位	平均	分散	標準偏差
m	3 m	5/2 m²	√10/2 m
cm	300 cm	25000 cm²	50√10 cm

a=0,b=3 →3,3,3,3

全て同じ値：分散0 / 標準偏差0

自分の図と式でたしかめる

同じ長さの前後表を全行作り、mとcm、m²とcm²を各量へ対応させます。

別の定数bを選び、y=0×x+bの全データと偏差を作って確かめます。

講師が示した数や表と、生徒が実際に作った表· 説明· 未確認を分けます。

単位· 倍率と定数のすべての偏差

C1· C2：すべての偏差· 平方と変換の理由

C1. 説明用データ2,6,10,14です。平均· すべての偏差· 各平方の表から、このデータそのものの分散と標準偏差を求めます。偏差合計と平方合計を別々に確かめ、なぜ前者が0でも散らばりがあるか説明してください。

解答· 理由を書く

C2. 説明用データ−4,0,2,6の全てから7を引きます。前後の全データ· 平均· 偏差· 平方の二表を作り、分散と標準偏差を求めてください。どの量が変化し、どの量が同じか、各行と具体式で説明します。

解答· 理由を書く

C1：二表· 全行と具体式

C2：二表· 全行と具体式

C3· C4：すべての偏差· 平方と変換の理由

C3. 説明用データ1,3,5,9をy=3x−2で変換します。前後の全データ· 平均· すべての偏差· 平方を表にし、分散と標準偏差を厳密値で求めます。各倍率を具体的な行と平方へ戻して説明してください。

解答· 理由を書く

C3：二表· 全行と具体式

C4. 説明用データ−3,−1,3,5をy=−3x+8で変換します。自分の二表と全行から平均· 偏差· 平方· 分散と標準偏差を求めます。負の倍率を標準偏差へそのまま掛けない理由、加算8が偏差に残らない理由を説明してください。

解答· 理由を書く

C4：二表· 全行と具体式

C5· C6：すべての偏差· 平方と変換の理由

C5. 説明用データ−5,1,7,13についてy=0×x+6を調べます。前後の全データ· 平均· 偏差· 平方の表、分散と標準偏差を求め、a=0と標準偏差0の意味を元のデータとの違いで説明してください。

解答· 理由を書く

C6. 実測ではない説明用の長さ0.6,1.0,1.4,1.8mを同じ長さのままcmで表します。両単位の全データ· 平均· 偏差· 平方と、分散· 標準偏差を厳密値で示してください。各単位と倍率、実際の長さが変化したのかを説明します。

解答· 理由を書く

C5：二表· 全行と具体式

C6：二表· 全行と具体式

C7・C8：すべての偏差・平方と変換の理由

C7. 説明用データ1,2,4,9で、友達は「偏差の合計は0なので、分散も標準偏差も0」としました。平均・すべての偏差・平方の表から各合計と分散・標準偏差を求め、その文章を具体的な数と定義を含めて直してください。

解答・理由を書く

C8. 説明用データをD1=(−2,0,4,6)、D2=(1,5,7,11)、D3=(0,4,10,14)から一つ選びます。aを−2,−1,2,3から、bを−3,2,6から選んでy=ax+bという自分の条件を作り、前後の全値・平均・偏差・平方の二表と分散・標準偏差を求めてください。実際の各行からa^2と|a|、加算の扱いを確かめます。

解答・理由を書く

C7：二表・全行と具体式

C8：二表・全行と具体式