互除法：商と余りで最大公約数を求め、逆向きに代入する

講師用メモ・バージョン 2

a=bq+rの各行で正の除数と余りの範囲を保ちます。共通約数の不変性は両方向、最後の組は(g,0)で最大はgです。逆向きの代入では負の係数・括弧を保ち、元の二数へ戻します。C4の有限の倍率比較を任意倍率の証明にしません。C8は許された9例の生徒の一例で、全例や全解を強制しません。生徒の理由と講師の見本・支援、模式図と実測を分け、実際の授業での試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：商と余り・整数の関係

C1. 正整数437と299の最大公約数を、全ての割り算の表から求めてください。各行の商と0以上で除数未満の余りを確認し、元の二数を答えで割り、最後の0ではなくどの数を答えにしたか説明します。

解答・確認の観点：437=299+138、299=2×138+23、138=6×23+0。最大公約数23で、437÷23=19、299÷23=13。生徒の全三行・余りの範囲・元の二数と止め方を見る。

C2. a=bq+rについて、a,bの共通の正の約数とb,rの共通の正の約数が同じになることを、整数の係数で両方向に証明してください。182=2×70+42で二組の共通の正の約数を全て列挙し、一般の証明と具体例の確認を分けます。

解答・確認の観点：a=ds,b=dtならr=d(s−tq)。b=dt,r=duならa=d(tq+u)。両方向の係数は整数。182,70と70,42の共通の正の約数は共に1,2,7,14。生徒の一般の二方向と二集合の確認を見る。

C3・C4：商と余り・整数の関係

C3. 最初の数が小さい42と105について、最初の商と余りから最後まで進めてください。別に144と36も求め、余りが最初から0の場合を説明します。割る数を0にしないことと、二組の最大公約数を元の二数で確認します。

解答・確認の観点：42=0×105+42、105=2×42+21、42=2×21+0より最大公約数21。144=4×36+0では最大公約数36。最初の商0と余り42は0≦42<105を満たす。生徒の各行・元の二数・0で割らず止めた理由を見る。

C4. 136と85、また両方を3倍した408と255の最大公約数を、二つの表で求めてください。商と余りを対応させ、どの量が3倍され、どれが変わらないか、元の二数で確かめます。この二組の確認を、任意の倍率の証明と区別します。

解答・確認の観点：136=85+51、85=51+34、51=34+17、34=2×17+0より17。408=255+153、255=153+102、153=102+51、102=2×51+0より51。各商は同じ、除数と余りは3倍（0も0）。生徒の二表と51=3×17を見る。任意倍率の一般証明を新たな必須条件にしない。

C5・C6：商と余り・整数の関係

C5. 357と255の最大公約数を、全ての割り算から求め、その値を357x+255yという整数の係数の式へ逆向きに代入してください。各代入と符号を示し、得た組を元の式で確かめます。

解答・確認の観点：357=255+102、255=2×102+51、102=2×51+0より51。
51=255−2×102=255−2(357−255)=−2×357+3×255。生徒の逆向きの式と計算過程とx=−2,y=3、−714+765=51を見る。同等な別の組も可。

C6. C5の式を使い、357x+255y=102の一つの整数の組を作ってください。その組からxへ5を加えyから7を引いた別の組も作り、両方を元の式へ代入し、値が変わらない理由を説明します。この二組を全ての解としないようにします。

解答・確認の観点：C5を2倍してx=−4,y=6なら−1428+1530=102。別の組x=1,y=−1なら357−255=102。変化は5×357−7×255=1785−1785=0。生徒の別の正しい始めの組も可で、二組の元の式への代入と変化の理由を見る。全解の導出は要求しない。

C7・C8：商と余り・整数の関係

C7. 友達は128=80+48、80=48+32まで進み、最大公約数は32だと結論しました。32を元の二数で確かめ、手順を最後まで進め、止める条件と友達の文章を直してください。

解答・確認の観点：128÷32=4だが80は32で割り切れないので32は共通約数でない。続きは48=32+16、32=2×16+0で、最大公約数16。元の二数は16×8、16×5。生徒が途中の余りと最後の0でない余りを区別して全文を直したかを見る。

C8. dを5,8,11から、(A,B)を(9,7),(17,11),(11,8)から一組選び、a=dA,b=dBを作ってください。全ての割り算と余りの範囲から最大公約数を求め、逆向きの代入でその値をax+byに表し、元の二数へ戻して確認します。自分の組と講師の見本を分けます。

解答・確認の観点：作例d=8,(A,B)=(9,7)ならa=72,b=56。72=56+16、56=3×16+8、16=2×8+0より8。8=56−3×16=56−3(72−56)=−3×72+4×56。許された9通りは全てA,Bが互いに素なので最大公約数d、係数は(9,7)で(−3,4)、(17,11)で(2,−3)、(11,8)で(3,−4)など。生徒の選択・表全体と代入を見る。全9例や全ての整数解を生徒に強制しない。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学A：数学と人間の活動・互除法（冊子96〜97/PDF108〜109）— https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=108