同じ組を何回数えたか、組の中の並びから求める

考える手がかり

異なる四枚A,B,C,Dから役割なく三枚を選びます。同じ組
{A,B,C}にはABC、ACB、BAC、BCA、CAB、CBAの3!=6通りの並びがあります。どの三枚の組にも6通りの並びが対応します。

全順列4P3=24を、一つの組の内部の6通りの並びずつへまとめると4C3=24/6=4通り。右の四組が全てで、各行の最後は内部の二つの例だけを示しています。三枚だから3で割るのではありません。

役割や位置がなければ内部の順序を変えても同じ組です。どの対象が選ばれたかと、どう並べたかを分け、異なる組の並びが重ならないことも確かめます。

編集できる四組と内部の並びの表

同じ三枚の組	内部の並び数	並びの例
{A,B,C}	3!=6	ABC,ACB（例）
{A,B,D}	3!=6	ABD,ADB（例）
{A,C,D}	3!=6	ACD,ADC（例）
{B,C,D}	3!=6	BCD,BDC（例）

4P3=24 / 一つの組に6通りの並び

4C3=24÷6=4通り

自分の図と式でたしかめる

3枚の組を一つ選び、6通りの並びをすべて書きましょう。

各並びから選ばれた三枚の組へ一つに戻し、六並びずつまとまる理由を説明します。

見本の4という値と、自分の対応· 重複を除く理由を分けます。

内部の全並び· 同じ組への対応

カテゴリごとの無順序の選択を対応させる

考える手がかり

異なるF1〜F4から二つ、異なるG1〜G4から二つを役割なく選びます。それぞれ4C2=6組で、Fの一組とGの一組を合わせる6×6=36通りです。FとGは別の対象群です。

右はFの六組とGの六組を対応させる全36マスです。例えばF12の行とG34の列は{F1,F2,G3,G4}を表します。完成した選択からF部分とG部分を一つずつ復元できます。

各カテゴリの内部順序は既に同じ組としてまとめています。さらに2!や4!を掛けず、F二つ· G二つという人数条件を保ちます。自分の候補と往復の対応へ戻します。

編集できるニカテゴリの六組どうしの表

F \ G	G12	G13	G14	G23	G24	G34
F12	○	○	○	○	○	○
F13	○	○	○	○	○	○
F14	○	○	○	○	○	○
F23	○	○	○	○	○	○
F24	○	○	○	○	○	○
F34	○	○	○	○	○	○

F12は{F1,F2} / G34は{G3,G4}

各6組の積：6×6=36通り

自分の図と式でたしかめる

FとGの全二つ組を、表の行と列へ具体名で対応させます。

一つの完成した四対象の選択から、行と列を復元して確かめます。

全36マスの印と、対象を並べる順番を数えたことを混ぜません。

カテゴリ人数· 組と復元の対応

「少なくとも一人」を重ならない場合に分ける

考える手がかり

異なる九人A,B,C,D,E,F,G,H,Iから役割なく四人を選び、A,Bの少なくとも一人を含めます。全9C4=126から、どちらも含まない7C4=35を引いて91通りです。

別にAだけは7C3=35、Bだけも35、A,B両方は7C2=21。Aだけ、Bだけ、AとBの両方という三つの場合に重なりはありません。合わせると、少なくとも一人を含む91通りです。ちょうど一人の70だけではありません。

どちらもなし35を合わせると126へ戻ります。引く集合も足す集合も、同じ九人から四人を選ぶ全体の中で扱います。順列や違う人数の選択を混ぜません。

編集できる二人の含まれ方の全四場合

A,Bの含まれ方	残りから選ぶ式	通り数
Aだけ	7C3	35
Bだけ	7C3	35
A,B両方	7C2	21
どちらもなし	7C4	35

少なくとも一人：35+35+21=91

全体9C4=126 / 126−35=91

自分の図と式でたしかめる

Aだけ· Bだけ· 両方· なしの具体的な一組ずつを作ります。

四場合のどれかに一度だけ入る理由と、求める三つの場合を示します。

126−35と35+35+21の二式を、同じ全体と対応させます。

すべての場合· 同じ全体と二つの式

C1· C2：同じ組· すべての場合と対応

C1. 異なる5枚H、J、K、L、Mから順序を区別せずに2枚を選びます。すべての組を重複なく整理し、2枚を入れ替えても同じ組とする理由と総数を示しましょう。並べる場合と対応させ、数え漏れや重複がないか確かめましょう。

解答· 理由を書く

C2. 異なる六人A,B,C,D,E,Fから役割なく四人を選びます。一つの四人組の内部の全並び、または同じ情報を保つ位置表でその数を導き、全順列から組合せを求めてください。どの組も同じ回数だけ数えられる理由を説明しましょう。360通りすべてを書き出す必要はありません。

解答· 理由を書く

C1：候補· 組と理由

C2：候補· 組と理由

C3· C4：同じ組· すべての場合と対応

C3. 異なる九人P,Q,R,S,T,U,V,W,Xから役割なく四人を選びます。Pを必ず含む場合と、Pを含まない場合を別々に数え、同じ全体との和を照合してください。固定したPを候補から除き、二つが全体を重ならず尽くす理由を示します。

解答· 理由を書く

C4. 異なるF1〜F5から二つ、異なるG1〜G4から一つを役割なく選びます。各カテゴリの候補と組合せを表にし、完成した三対象の選択から元の二つの選択へ戻る対応を示して総数を求めてください。

解答· 理由を書く

C3：候補· 組と理由

C4：候補· 組と理由

C5· C6：同じ組· すべての場合と対応

C5. 異なる八人A,B,C,D,E,F,G,Hから役割なく三人を選び、A,B,Cの少なくとも二人を含めます。ちょうど二人・三人のすべての場合で数え、同じ全体から条件を満たさない場合を引く方法とも照合してください。

解答· 理由を書く

C5：候補· 組と理由

C6. 異なる十枚A,B,C,D,E,F,G,H,I,Jから役割なく三枚を選ぶ組と、残る七枚の組を対応させてください。実際の一組の往復と、どの組も一意に戻る理由から二つの総数を求めます。全120組の列挙は必要ありません。

解答· 理由を書く

C6：候補· 組と理由

C7· C8：同じ組· すべての場合と対応

C7. 友達は異なる八人から役割なく三人を選ぶ数を8P3=336を3で割った112通りとし、別の友達は何も選ばない場合は0通りとしました。それぞれの友達が何を一つの結果として数えたかを確かめ、正しい数え方と理由を書きましょう。

解答· 理由を書く

C8. D1={U,V,W,X,Y,Z}、D2={P,Q,R,S,T,U,V}、D3={A,B,C,D,E,F,G,H}から一つ選び、人数は3か4とします。各集合の最初の二人を両方含むか、両方含まないかの一条件で、役割なく選ぶ問題を作ってください。候補· 人数と式、同じ人数の全体との比較を残します。二条件だけで全体を尽くすかも具体的に確かめてください。全12条件を解く必要はありません。

解答· 理由を書く

C7：候補· 組と理由

C8：候補· 組と理由