条件となる事象と、条件を入れ替えたときの分母

考える手がかり

区別できる20枚の札から公平に一枚選びます。A,B両印4枚、Aだけ6枚、Bだけ1枚、どちらもなし9枚です。右の編集できる表で行· 列の合計へ戻します。

Bがあると分かったとき、Bの5枚の中でAもある4枚なのでP(A|B)=4/5です。逆向きはAの10枚が条件で、P(B|A)=4/10=2/5。共通部分が同じでも分母は違います。

元の全体から両方ある確率は4/20=1/5です。条件の向き· 条件側の正の合計を先に示し、共通部分の無条件の確率と混ぜません。表を変えた後は合計を計算し直します。

編集できる条件前の表全体と行列の合計

A \ B	Bあり	Bなし	計
Aあり	4	6	10
Aなし	1	9	10
計	5	15	20

Bの5枚のうちAもある4枚

A|B は4/5 / B|A は4/10

自分の図と式でたしかめる

Bの列を示し、5枚と共通部分4枚を表に対応させます。

逆向きでAの行へ戻し、分母が10へ変わる理由を説明します。

生徒が条件となる事象と式を自分で書けたかを確認します。見本の4/5を写すだけでは、この説明をしたことになりません。

条件集団· 向きと確率の式

結果の個数と、確率の重みを分ける

考える手がかり

四結果u,v,w,zの確率の重みが順に1/5,1/10,3/10,2/5のモデルです。全合計1で、A={u,v}、B={u,w}とします。四結果は同様に確からしくありません。

Bの重みは1/5+3/10=1/2、共通部分uの重みは1/5です。P(A|B)=(1/5)/(1/2)=2/5。B内の重みはuが2/5、wが3/5で合計1へ戻ります。

Bの二結果のうち一結果だから1/2とはしません。元の重みを条件側の正の合計で割り、どの結果が共通部分かを自分の集合と表へ戻します。

編集できる元の重みと条件内の正規化

結果	元の重み	B内の重み
u	1/5	2/5
v	1/10	対象外
w	3/10	3/5
z	2/5	対象外

A={u,v} / B={u,w}

B合計1/2 / AかつBは1/5

自分の図と式でたしかめる

AとBの結果名· 共通部分を具体的に示します。

Bの元の合計と、条件内の二つの重みの合計を確かめます。

個数比1/2と重み比2/5の違いを、元のモデルに対応させます。

結果集合· 重みと条件内の表

条件の確率0と、共通部分の確率0を分ける

考える手がかり

1〜10の整数から公平に一つ選び、Aは偶数とします。Bは10より大きい数なので空でP(B)=0。この定義ではP(A|B)の分母が0となり、0や1とは定義できません。

別の条件Cを奇数とすると、Cは五つでP(C)=1/2>0。偶数との共通部分は空なのでP(A|C)=0/(1/2)=0です。正の条件側で共通部分が空なことと、条件側自体が空なことを分けます。

元の全体と結果名へ戻し、条件の確率を先に確かめます。分子が0という見た目だけで、二つを同じ計算の結果にしません。

編集できる二つの条件と定義の比較表

条件	条件の確率	共通部分	条件付き
B（空）	0	0	定義できない
C（奇数）	1/2	0	0

全体1〜10 / Aは偶数

Bは10より大 / Cは奇数

分母0と、正の分母で分子0を区別

自分の図と式でたしかめる

BとCの実際の集合· 条件の確率を示します。

二つの共通部分は空でも、分母の状態が違うと説明します。

0と定義できない状態、まだ確認していない条件を分けます。

正の条件と定義できない条件

C1· C2：条件集団· 表と重み

C1. 公平に一枚選ぶ区別できる24枚の札で、A,B両印3枚、Aだけ5枚、Bだけ6枚、どちらもなし10枚です。行列の合計を持つ表全体を作り、P(A|B)、P(B|A)、P(A∩B)を求めてください。各式の分母と共通部分を、元の表に対応させます。

解答· 理由を書く

C2. 1〜21の整数から公平に一つ選び、Aは4の倍数、Bは12以上とします。二集合と共通部分を実際に示し、無条件の共通部分と、A|B· B|Aの二つの確率を求めてください。同じ共通部分に対して分母が何を数えるか説明します。

解答· 理由を書く

C1：条件側· 表と理由

C2：条件側· 表と理由

C3· C4：条件集団· 表と重み

C3. 四結果a,b,c,dの確率の重みは順に1/8,1/4,1/8,1/2です。A={a,c}、B={a,b,c}とします。元の全重みとB内の重みの表を作り、P(A|B)を求めてください。共通部分二結果をBの三結果で割る方法と比べ、どちらの重みを使うか説明します。

解答· 理由を書く

C3：条件側· 表と理由

C4. 区別できる赤4個· 青3個から、各段階で残る各球を公平に選び、戻さず二回取り出します。一回目が青と分かったときの二回目が赤の確率を、残りの表と条件前後の候補から求めてください。無条件の二回目が赤の確率とも比べ、条件による変化を説明します。

解答· 理由を書く

C4：条件側· 表と理由

C5· C6：条件集団· 表と重み

C5. 区別できる赤3個· 青3個から一回選び、その球を戻してから二回目を選びます。毎回、過去の結果によらず各球を公平に選ぶモデルです。一回目が青という条件で二回目が赤の確率を、条件前後の内訳と表で求めてください。無条件の二回目が赤との比較と、使った選び方の仮定を残します。

解答· 理由を書く

C6. 1〜9の整数から公平に一つ選び、Aは7以上、Bは10以上、Cは3以下とします。各集合と共通部分、条件側の確率を示し、P(A|B)とP(A|C)をこの定義で扱えるか説明してください。0と定義できない状態を分けて残します。

解答· 理由を書く

C5：条件側· 表と理由

C6：条件側· 表と理由

C7· C8：条件集団· 表と重み

C7. 公平に一枚選ぶ28枚の札で、A,B両印8枚、Aだけ6枚、Bだけ4枚、なし10枚です。友達は「P(A|B)=8/28」とし、別の友達は「両印は同じ8枚だからP(A|B)=P(B|A)」としました。表全体と二つの条件側を示し、共通部分の無条件の確率とも比較して、理由を含む全文へ直してください。

解答· 理由を書く

C8. 各表の行はU,V、列はL,Rです。D1は[[2,5],[3,6]]、D2は[[5,3],[1,7]]、D3は[[4,2],[5,7]]です。表を一つ選び、その札全体から公平に一枚選ぶモデルを作ります。AをUかVの行、BをLかRの列から一つずつ選んで、A|B· B|A· 共通部分の無条件の確率を求めてください。表全体と正の条件側、式を残します。全12条件を解く必要はありません。

解答· 理由を書く

C7：条件側· 表と理由

C8：条件側· 表と理由