独立の仮定と、全四結果の積を対応させる

考える手がかり

二つの装置LとMが独立に動くモデルで、成功確率はLが2/5、Mが3/4です。右は全四結果と各確率の表で、両方成功は(2/5)(3/4)=3/10です。成功確率が違っていても独立という仮定は使えます。

行と列を足すとL成功2/5、M成功3/4へ戻ります。M成功という正の条件の下でも、L成功は(3/10)/(3/4)=2/5です。条件前後の確率を表に対応させます。

独立は共通部分の確率が二確率の積になることです。全四結果の和は1で、同時に起きないという排反とは分けます。実物で独立を確かめた証拠にはせず、自分の別のモデルと仮定へ戻します。

編集できる二装置の全四結果と合計

L \ M	M成功	M失敗	計
L成功	3/10	1/10	2/5
L失敗	9/20	3/20	3/5
計	3/4	1/4	1

独立はこのモデルの明記された仮定

M成功の後もL成功は2/5

自分の図と式でたしかめる

全四セルの積と、行列の合計を具体式で確かめます。

条件の正の合計と、条件前後で同じ確率へ戻る式を示します。

モデルの独立の仮定と、実際に測定したという主張を分けます。

モデルの仮定· 四結果と条件前後

一つの列と、成功位置を変えたすべての結果の列を分ける

考える手がかり

各回独立で成功確率1/6の同じ試行を三回行い、成功S·失敗Fとします。特定の列SFFの確率は$(1/6)(5/6)^2=25/216$です。これは一回目だけ成功する一列です。

ちょうど一回成功のすべての結果の列はSFF,FSF,FFSで、成功位置{1},{2},{3}と一対一に対応します。各列は同じ25/216なので、重ならない三列を足して75/216=25/72です。

位置の数3C1と一列の確率を分けます。全八列が同様に確からしいわけではありません。独立と同じ成功確率を使った積、どの列を足すかを自分の条件へ戻します。

編集できる全三列と成功位置の対応表

成功する位置	結果の列	一列の確率
{1}	SFF	25/216
{2}	FSF	25/216
{3}	FFS	25/216

三回独立 / 各回の成功確率1/6

3C1=3列 / 計25/72

自分の図と式でたしかめる

列から成功位置へ、位置から列へ戻して確かめます。

一列の積と三列の重ならない和を別の式で残します。

列数だけを分母にせず、与えた確率の重みと対応させます。

すべての結果の列· 成功位置と確率の積と和

全成功回数と、同じ全体の余事象を照合する

考える手がかり

各回独立で成功確率2/3の同じ試行を二回行います。成功回数0はFF、1はSF,FS、2はSSです。列数1,2,1と一列の確率を分け、回数の確率は1/9,4/9,4/9となります。

どの列も成功回数を一つだけ持つので、三分類は重ならずすべての結果の列を尽くし、確率の和は1です。少なくとも一回はk=1,2を足して8/9。一度も成功しないFFの余事象1−1/9でも同じです。

確率の和1だけを分類の理由にはしません。自分の実際の列と、除いた一列· 足した三列へ戻して確かめます。0回成功も結果なしではなく、一つの列として残します。

編集できる全成功回数と列の重みの表

成功回数k	列数	一列の確率	回数の確率
0	1	1/9	1/9
1	2	2/9	4/9
2	1	4/9	4/9

二回独立 / 各回の成功確率2/3

全回数の和1 / 少なくとも一回8/9

自分の図と式でたしかめる

成功回数ごとのすべての結果の列· 列数と一列の確率を対応させます。

同じ全体を重ならず尽くす理由と、確率の和1を分けて確認します。

余事象と直接の和で、何を除き何を足したかを示します。

全成功回数· 同じ全体と余事象

C1· C2：独立の条件· すべての結果の列と位置

C1. 二装置は独立に動くモデルで、成功確率はそれぞれ3/7と5/6です。成功· 失敗の全四結果と各確率の表を作り、二つの成功確率へ足し戻してください。両方成功と、二装置目の成功を知った条件での一装置目の成功の確率を求め、どの仮定を使ったか説明します。

解答· 理由を書く

C2. 公平に一枚選ぶ30枚の札でA,Bの有無を比べます。モデルIは両方5· Aだけ10· Bだけ5· なし10、モデルIIは両方6· Aだけ9· Bだけ4· なし11です。二つの表と、行ごと· 列ごとの合計、共通部分と二確率の積· 条件前後の確率を示し、A,Bが独立かを別々に説明してください。

解答· 理由を書く

C1：モデル· 表とすべての結果の列の理由

C2：モデル· 表とすべての結果の列の理由

C3· C4：独立の条件· すべての結果の列と位置

C3. 1〜15から公平に一つ選び、A={1,2,3,4,5}、B={6,7,8}とします。友達は「二つは一緒に起きないので独立」としました。全体と二集合、共通部分の確率と二確率の積、正の条件の下のP(A|B)を示し、理由を含む全文へ直してください。

解答· 理由を書く

C4. 同じ袋に区別できる赤3個· 青5個を入れ、各段階で残る各球を過去の結果によらず公平に選びます。Iは一回目の球を戻して二回目、IIは戻さず二回目です。一回目が青と分かった後の二回目赤の確率と、無条件の二回目赤· 両条件の共通部分を表で比べ、「一回目青」と「二回目赤」が独立か説明してください。

解答· 理由を書く

C3：モデル· 表とすべての結果の列の理由

C4：モデル· 表とすべての結果の列の理由

C5· C6：独立の条件· すべての結果の列と位置

C5. 各回独立で成功確率3/4の同じ試行を三回行います。特定の列SSFと、ちょうど二回成功のすべての結果の列を、成功位置と対応させてください。一列の確率とすべての結果の列の和を別々に求め、同じ積になる仮定と重ならない理由を残します。

解答· 理由を書く

C5：モデル· 表とすべての結果の列の理由

C6. 各回独立で成功確率2/5の同じ試行を四回行います。ちょうど三回成功する位置の全組とS,Fの列を示し、一列の確率と総確率を求めてください。位置の選び方を順列にしない理由と、元の四回· 三回成功の条件へ戻る検算を残します。

解答· 理由を書く

C6：モデル· 表とすべての結果の列の理由

C7· C8：独立の条件· すべての結果の列と位置

C7. 独立な二試行で成功確率は一回目1/4、二回目2/3です。友達は「独立なので同じ成功確率1/4として、少なくとも一回成功は1−(3/4)²=7/16」としました。四つの結果の並びについて、それぞれの確率とその和、求める確率を示しましょう。各回が独立であることと、成功確率が各回で同じであることを区別し、理由とともに説明しましょう。

解答· 理由を書く

C8. 回数nを2,3,4から、同じ成功確率pを1/4か3/5から選び、各回独立な反復モデルを作ります。求める成功回数kを0かnから選び、成功位置の全組と列、一列の確率と総確率を残してください。反対側の端点の確率とも比べ、列数だけを分母にしてよいかをモデルへ戻して説明します。全12条件を解く必要はありません。

解答· 理由を書く

C7：モデル· 表とすべての結果の列の理由

C8：モデル· 表とすべての結果の列の理由