独立と反復試行：モデルの仮定・結果の列・成功の位置

講師用メモ・バージョン 2

独立という仮定と同じ成功確率を分け、条件前後の確率・実際の全四結果へ戻します。一つの列と成功回数が同じすべての結果の列の和を分け、成功位置の組合せから一意に列へ戻る理由を見ます。排反と独立、回数0と結果なし、列数と確率の重みを混ぜません。許された12条件の生徒の一例を見て全例を強制せず、生徒の表・理由を講師の見本・支援や未確認と分けます。実際の授業での試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：独立の条件・すべての結果の列と位置

C1. 二装置は独立に動くモデルで、成功確率はそれぞれ3/7と5/6です。成功・失敗の全四結果と各確率の表を作り、二つの成功確率へ足し戻してください。両方成功と、二装置目の成功を知った条件での一装置目の成功の確率を求め、どの仮定を使ったか説明します。

解答・確認の観点：SS=5/14、SF=1/14、FS=10/21、FF=2/21で和1。周辺3/7,5/6へ戻り、条件付き(5/14)/(5/6)=3/7。生徒の四セルの積と正の条件、独立と明記されたモデルを見る。

C2. 公平に一枚選ぶ30枚の札でA,Bの有無を比べます。モデルIは両方5・Aだけ10・Bだけ5・なし10、モデルIIは両方6・Aだけ9・Bだけ4・なし11です。二つの表と、行ごと・列ごとの合計、共通部分と二確率の積・条件前後の確率を示し、A,Bが独立かを別々に説明してください。

解答・確認の観点：両方でA合計15、B合計10なのでP(A)=1/2、P(B)=1/3で積1/6。Iは共通5/30=1/6、A|B=1/2で独立。IIは共通6/30=1/5、A|B=3/5で独立ではない。同じ周辺確率だけで決めない生徒の表を見る。

C3・C4：独立の条件・すべての結果の列と位置

C3. 1〜15から公平に一つ選び、A={1,2,3,4,5}、B={6,7,8}とします。友達は「二つは一緒に起きないので独立」としました。全体と二集合、共通部分の確率と二確率の積、正の条件の下のP(A|B)を示し、理由を含む全文へ直してください。

解答・確認の観点：P(A)=1/3、P(B)=1/5、共通部分0だが積1/15>0なので独立ではない。A|B=0≠1/3。生徒の正の二確率と排反・独立の違い、全文修正を見る。

C4. 同じ袋に区別できる赤3個・青5個を入れ、各段階で残る各球を過去の結果によらず公平に選びます。Iは一回目の球を戻して二回目、IIは戻さず二回目です。一回目が青と分かった後の二回目赤の確率と、無条件の二回目赤・両条件の共通部分を表で比べ、「一回目青」と「二回目赤」が独立か説明してください。

解答・確認の観点：Iは条件後も赤3青5で3/8、無条件も3/8、共通15/64で独立。IIは赤3青4で3/7、無条件3/8、共通15/56で積15/64とは違い独立ではない。全順序対I64/条件40/共通15、II56/条件35/共通15からも確かめられる。全120行は必須でない。

C5・C6：独立の条件・すべての結果の列と位置

C5. 各回独立で成功確率3/4の同じ試行を三回行います。特定の列SSFと、ちょうど二回成功のすべての結果の列を、成功位置と対応させてください。一列の確率とすべての結果の列の和を別々に求め、同じ積になる仮定と重ならない理由を残します。

解答・確認の観点：SSF,SFS,FSSと位置{1,2},{1,3},{2,3}が対応。各列$(3/4)^2(1/4)=9/64$、総確率27/64。生徒の三列と位置、一列の積・重ならない和を見る。

C6. 各回独立で成功確率2/5の同じ試行を四回行います。ちょうど三回成功する位置の全組とS,Fの列を示し、一列の確率と総確率を求めてください。位置の選び方を順列にしない理由と、元の四回・三回成功の条件へ戻る

検算を残します。

解答・確認の観点：位置{1,2,3},{1,2,4},{1,3,4},{2,3,4}と列SSSF,SSFS,SFSS,FSSSの4C3=4通り。各(2/5)³(3/5)=24/625、計96/625。生徒の位置・列と積、全四組の重ならなさを見る。

C7・C8：独立の条件・すべての結果の列と位置

C7. 独立な二試行で成功確率は一回目1/4、二回目2/3です。友達は「独立なので同じ成功確率1/4として、少なくとも一回成功は1−(3/4)²=7/16」としました。四つの結果の並びについて、それぞれの確率とその和、求める確率を示しましょう。各回が独立であることと、成功確率が各回で同じであることを区別し、理由とともに説明しましょう。

解答・確認の観点：SS=1/6、SF=1/12、FS=1/2、FF=1/4で和1。少なくとも一回は1−1/4=3/4、直接の三列の和も3/4。独立でも成功確率は異なり、その回の実際の確率を掛ける。生徒の二つの誤りの全文修正を見る。

C8. 回数nを2,3,4から、同じ成功確率pを1/4か3/5から選び、各回独立な反復モデルを作ります。求める成功回数kを0かnから選び、成功位置の全組と列、一列の確率と総確率を残してください。反対側の端点の確率とも比べ、列数だけを分母にしてよいかをモデルへ戻して説明します。全12条件を解く必要はありません。

解答・確認の観点：作例n=3,p=3/5,k=0。成功位置は空集合で列FFF一つ、確率(2/5)³=8/125。反対のk=3は位置{1,2,3}でSSS一つ、確率(3/5)³=27/125。同じ一列でも確率は違い、全八列を同様に確からしいとして1/8にしない。許された12条件の生徒の一例と正しい別解を認める。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学A：独立な試行と確率の乗法定理（冊子91〜94/PDF103〜106）— https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=106