角の二等分を、対応する辺と部分の比に戻す

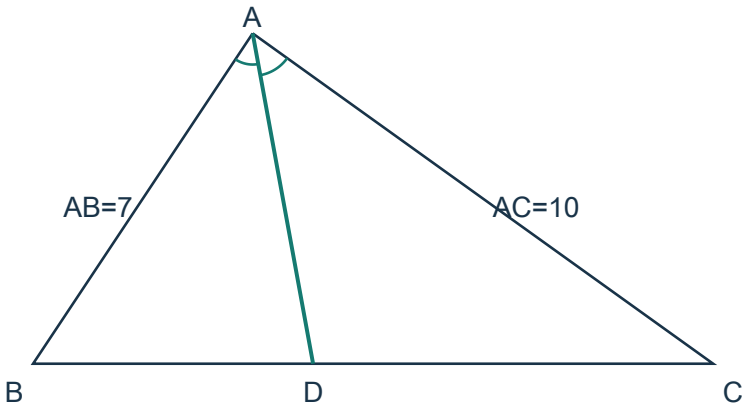
考える手がかり

AB=7、AC=10、BC=12の三角形で、Aの内角の二等分線ADが辺BCの内部と交わります。B側のBDにはAB、C側のDCにはACが対応し、BD:DC=7:10です。

BD+DC=12なので、BD=12×7/17=84/17、DC=120/17。両方正で和12です。元の三辺も7+10>12などの成立条件を満たし、内部の点へ戻せます。

二等分するのは角で、対辺が必ず二等分されるとは限りません。図は縮尺を保証せず、比の左右の対応と全体の和を自分の図· 式へ戻して確かめます。

編集できる内角の二等分線と辺· 部分の対応



BC=12 / BD:DC=7:10

BD=84/17 / DC=120/17

自分の図と式でたしかめる

ABとBD、ACとDCの対応を図へ書きます。

全体と片方の部分を分け、正の二部分と和を確かめます。

見た目で中点· 垂直を足さず、元の内角と内部という条件へ戻します。

内角· 内部の点と対応する比

同じ二つの面積を、二通りの高さで表す

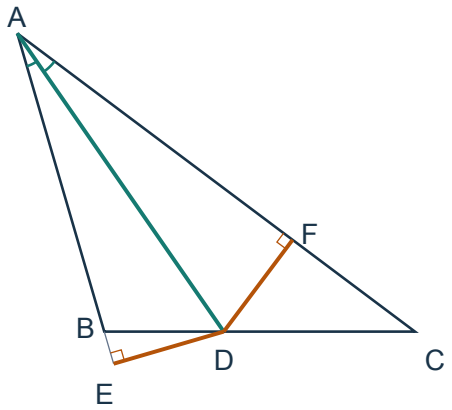
考える手がかり

退化していない三角形でADはAの内角の二等分線、DはBCの内部です。Dから直線AB,ACへの垂線の足をE,Fとします。右はEが辺ABの外へ出る一例で、足を辺の内部と決めつけません。

直角三角形ADE,ADFは斜辺ADが共通で、Aの角も等しいので合同です。よってDE=DF>0。面積ABD:ACDを底辺AB,ACと等しい高さで見るとAB:ACとなります。

同じ二面積は、同一直線BC上の底辺BD,DCとAからの共通の高さで見るとBD:DCです。二つを合わせBD:DC=AB:AC。三角比を使わず、どの面積と高さかを自分の図へ戻します。

編集できる垂線の足· 合同と二つの面積



E,Fは直線への垂線の足

共通の斜辺AD / 等しいAの角

自分の図と式でたしかめる

二直角三角形の合同条件と、等しい垂線を区別します。

同じABD,ACDの面積を比べ、二通りの底辺と高さを対応させます。

自分の図で足が直線上にあることを示し、辺の内部とは決めつけません。

合同· 同じ二面積と高さの対応

定理の逆と中線：同じ比に内分する点は一つだけ

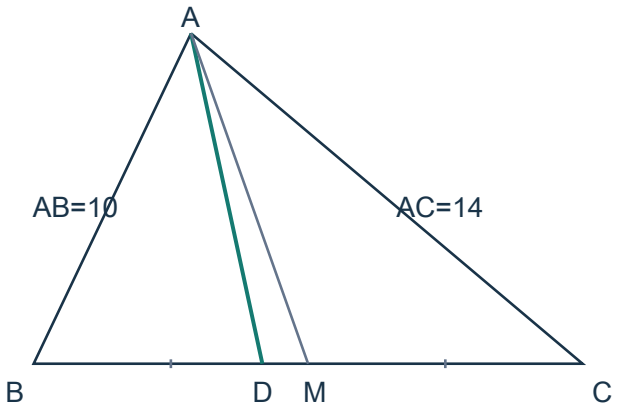
考える手がかり

AB=10、AC=14、BD=25/4、DC=35/4でDはBCの内部です。BD:DC=5:7=AB:AC。本当のAの内角の二等分線とBCの交点をEとすると、BE:ECも5:7です。

全体BC=15を内部で5:7に分ける点は一つです。x=BEとすればx/(15−x)=5/7よりx=25/4なのでE=D。ADは内角の二等分線だと、結論を前提にせず説明できます。

中点MはBM=MC=15/2でDとは違います。中線AMと内角の二等分線が一致するのは両側の辺AB=ACのときです。図には未確認の等角記号を先に与えず、自分の条件と逆の根拠へ戻します。

編集できる内部の点· 中点と二つの線



BD=25/4 / DC=35/4 / Mは中点

比5:7から内角の二等分 / 中線とは別

自分の図と式でたしかめる

本当の二等分線の交点Eを別に定め、内部の一意性からDへ戻します。

中点の1:1と両側の辺の比を比べ、逆を使う前提を示します。

正しい別の証明も認め、自分の根拠と与えた見本を分けます。

逆· 内部の一意性と中線の条件

C1· C2：図· 対応する比と根拠

C1. AB=8、AC=13、BC=14の三角形で、Aの内角の二等分線ADがBCの内部と交わります。図と辺· 部分の対応からBD,DCを求め、正の長さ· 全体の和と三角形の成立条件へ戻して確かめてください。

解答· 理由を書く

C2. AB=12、AC=9の三角形で、Aの内角の二等分線ADがBCの内部をBD=8とDCに分けます。図と比からDC,BCを求め、全体と一部分を区別し、三辺の成立条件まで確かめてください。

解答· 理由を書く

C1：内角· 内部の点と証明

C2：内角· 内部の点と証明

C3· C4：図· 対応する比と根拠

C3. 三角形ABCで、Aの内角の二等分線ADがBCの内部をBD=5、DC=7に分けます。AB=10です。図から未知の隣の辺ACを求め、全体BCと合わせて実際に成立する三辺かを確かめてください。

解答· 理由を書く

C4. AB=6、AC=11、BC=9の三角形で、Aの内角の二等分線ADがBCの内部と交わります。Dから直線AB,ACへの垂線の足E,Fを描き、合同から等しい高さを説明してください。面積ABD:ACDを二通りの底辺· 高さで表し、BD:DCと各部分の長さを求めます。足が辺の内部とは決めつけず、三角比は使いません。

解答· 理由を書く

C3：内角· 内部の点と証明

C4：内角· 内部の点と証明

C5· C6：図· 対応する比と根拠

C5. AB=12、AC=16、BD=9、DC=12で、Dは退化していない三角形ABCのBCの内部です。角の二等分は与えられていません。本当の内角の二等分線とBCの交点Eを取り、内部の同じ比の点の一意性を式でも示し、ADが二等分線であることを説明してください。

解答· 理由を書く

C6. IはAB=9、AC=13、BC=12、IIはAB=AC=8、BC=12です。どちらもMはBCの中点とします。二図で内角の二等分線が作る部分を求め、中線AMとの一致· 不一致を比べてください。この条件で一致するための両側の辺の条件も説明します。

解答· 理由を書く

C5：内角· 内部の点と証明

C6：内角· 内部の点と証明

C7· C8：図· 対応する比と根拠

C7. AB=15、AC=10、BC=18で
ADはAの内角の二等分線、DはBCの内部です。友達Iは「角を二等分するのでBD=DC=9」、
IIは「BD:DC=AC:ABだから
BD=36/5、DC=54/5」としました。図と正しい対応から両方の誤りを説明し、比と二部分を含む理由付きの全文へ直してください。

解答· 理由を書く

C8. 三辺(AB,AC,BC)の組
D1=(5,7,9)、D2=(8,11,14)、D3=(9,12,16)から一つ選び、全長さを1か3倍にします。B,Cの名前は保っても交換してもかまいません。内角の二等分線と内部の点Dを描き、成立条件· 対応する比· 二部分と和、根拠を示してください。全12条件を解く必要はありません。

解答· 理由を書く

C7：内角· 内部の点と証明

C8：内角· 内部の点と証明