内角の二等分線：線分の比と面積による証明

講師用メモ・バージョン 2

角を二等分するのか対辺を二等分するのかを区別し、生徒のB側とC側の対応、正の部分と和・三角形の成立条件へ戻します。垂線の足は直線上で扱い、辺の内部とは限りません。同じ二面積の二通りの底辺と高さを比べ、逆では結論を前提にせず本当の交点と内部の一意性から戻します。許された12条件の生徒の一例を見て全例を強制せず、生徒の図・証明を講師の見本・支援や未確認と分けます。実際の授業での試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：図・対応する比と根拠

C1. AB=8、AC=13、BC=14の三角形で、Aの内角の二等分線ADがBCの内部と交わります。図と辺・部分の対応からBD,DCを求め、正の長さ・全体の和と三角形の成立条件へ戻して確かめてください。

解答・確認の観点：BD:DC=8:13よりBD=16/3、DC=26/3で和14。三辺8,13,14は成立。生徒のB側とC側の対応・内部の点を見る。

C2. AB=12、AC=9の三角形で、Aの内角の二等分線ADがBCの内部をBD=8とDCに分けます。図と比からDC,BCを求め、全体と一部分を区別し、三辺の成立条件まで確かめてください。

解答・確認の観点：8:DC=12:9よりDC=6、BC=14。三辺12,9,14は成立。正の二部分と和・対応に戻す生徒の式を見る。

C3・C4：図・対応する比と根拠

C3. 三角形ABCで、Aの内角の二等分線ADがBCの内部をBD=5、DC=7に分けます。AB=10です。図から未知の隣の辺ACを求め、全体BCと合わせて実際に成立する三辺かを確かめてください。

解答・確認の観点：10:AC=5:7よりAC=14、BC=12。三辺10,14,12は成立。未知が隣の辺であることと、内部の正の部分・対応を見る。

C4. AB=6、AC=11、BC=9の三角形で、Aの内角の二等分線ADがBCの内部と交わります。Dから直線AB,ACへの垂線の足E,Fを描き、合同から等しい高さを説明してください。面積ABD:ACDを二通りの底辺・高さで表し、BD:DCと各部分の長さを求めます。足が辺の内部とは決めつけず、三角比は使いません。

解答・確認の観点：共通の斜辺ADとAの等しい角からADE,ADFが合同でDE=DF。同じ二面積は底辺AB,ACなら6:11、同一直線のBD,DCならその比で、BD:DC=6:11。BD=54/17、DC=99/17で和9、三辺6,11,9も成立。

C5・C6：図・対応する比と根拠

C5. AB=12、AC=16、BD=9、DC=12で、Dは退化していない三角形ABCのBCの内部です。角の二等分は与えられていません。本当の内角の二等分線とBCの交点Eを取り、内部の同じ比の点の一意性を式でも示し、ADが二等分線であることを説明してください。

解答・確認の観点：比は9:12=12:16=3:4、BC=21。本当の交点EもBE:EC=3:4、x/(21−x)=3/4よりBE=9でE=D。三辺12,16,21も成立。結論のADの二等分を先に仮定しない生徒の証明を見る。

C6. IはAB=9、AC=13、BC=12、
IIはAB=AC=8、BC=12です。
どちらもMはBCの中点とします。二図で内角の二等分線が作る部分を求め、中線AMとの一致・不一致を比べてください。この条件で一致するための両側の辺の条件も説明します。

解答・確認の観点：Iの部分は54/11、78/11で中点の6,6と違いAMは二等分線でない。IIは6,6でAMは二等分線。中線と内角の二等分線が一致するのはAB=ACのとき。両三角形とも成立。

C7・C8：図・対応する比と根拠

C7. AB=15、AC=10、BC=18で
ADはAの内角の二等分線、DはBCの内部です。友達Iは「角を二等分するのでBD=DC=9」、
IIは「BD:DC=AC:ABだから
BD=36/5、DC=54/5」としました。図と正しい対応から両方の誤りを説明し、比と二部分を含む理由付きの全文へ直してください。

解答・確認の観点：正しくはBD:DC=AB:AC=3:2よりBD=54/5、DC=36/5。Iは角と線分の二等分を混同し、IIは一方の対応を逆にした。両部分は正で和18、三辺15,10,18も成立。二つの全文修正を見る。

C8. 三辺(AB,AC,BC)の組D1=(5,7,9)、D2=(8,11,14)、D3=(9,12,16)から一つ選び、全長さを1か3倍にします。B,Cの名前は保っても交換してもかまいません。内角の二等分線と内部の点Dを描き、成立条件・対応する比・二部分と和、根拠を示してください。全12条件を解く必要はありません。

解答・確認の観点：作例D3・3倍・B,Cを保つとAB27,AC36,BC48で成立。BD:DC=3:4よりBD=144/7、DC=192/7、和48で正。生徒の選んだ条件・頂点名と内角の性質の根拠を見る。許された他の正しい例も認める。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学Ａ：三角形の性質と論理的考察（冊子88〜90/PDF100〜102）— https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=102