項のない次数の係数を0と書き、すべての係数を確かめる

考える手がかり

F=2x³−3x²+5をD=x−2で割ります。xの項がないので係数0の場所を残し、最高次の項から商を決め、かけて引く筆算を残します。

商Q=2x²+x+2、余りR=9です。Dを商の各項へかけ、引いた途中の式と次の次数をそろえます。数字だけを見ず、自分の筆算の各行へ戻します。

F=DQ+Rを展開すると2x³−3x²+0x+5へ戻ります。Rは定数で次数が1より低いので除法の条件に合います。余り0も許されますが、0という多項式の次数は定めません。

編集できる係数0と元に戻す恒等式

$F = 2x^3 - 3x^2 + 0x + 5$

$D = x - 2$ / $Q = 2x^2 + x + 2$

$(x - 2)Q = 2x^3 - 3x^2 + 0x - 4$

$F - DQ = 9$

$F = (x - 2)(2x^2 + x + 2) + 9$

余り9は定数 / 除式の次数は1

自分の図と式でたしかめる

係数0を含む筆算を残し、引く式全体の符号を確かめます。

自分のQとRを別に記録し、積と和の全ての係数を元のFに対応させます。

一つのxで値が一致するだけで、全てのxについての恒等式だとは決めません。

筆算· 全係数· 余りの次数

代入する数を、除式が0になる条件から決める

考える手がかり

F=4x³−4x²+5x−1を2x+1で割ると、Q=2x²−3x+4、R=−5です。展開して全係数を確かめ、定数の余りを分けます。

2x+1=0となるのはx=−1/2です。F=(2x+1)Q+Rへその値を代入すると商を含む積が0になり、F(−1/2)=Rと説明できます。−1を入れる理由はありません。

一般にx−aで割る定数の余りはF(a)です。F(a)=0なら余り0なのでx−aで割り切れ、逆も成り立ちます。根を共有する除式でも定数倍が違えば商は変わります。

編集できる、xの係数が1でない一次式と代入の根拠

D = 2x + 1 / D(−1/2) = 0

F = 4x³ − 4x² + 5x − 1

F = (2x + 1)(2x² − 3x + 4) − 5

x = −1/2 のとき DQ = 0

F(−1/2) = −5 = R

F = DQ + R は全てのxで成り立つ

自分の図と式でたしかめる

先に除式=0を解き、代入する数の符号と分数を確かめます。

恒等式へ代入して商の項が消える理由を残し、計算だけと分けます。

余り0と因数の関係を説明し、定数倍を変えたときの商も区別します。

除式の零点· 余りと因数の根拠

二次式の余りを、次数と二つの条件に戻す

考える手がかり

F=x³−2x²+2x+6をx²−1で割る余りは、次数が2より低いのでax+bと置けます。一次と決めつけずa=0や余り0も許します。

除式が0になる1と−1を恒等式へ代入すると、a+b=7、−a+b=1です。よってa=3、b=4、余り3x+4。F(1)=7だけから余りを定数7と決めることはできません。

筆算の商x−2と合わせF=(x²−1)(x−2)+3x+4を全係数で確かめます。二つの代入値は余りの係数を決める条件ですが、その二点だけで任意の多項式の恒等式を証明したとはしません。

編集できる二つの代入条件と余りの係数

D = x² − 1 / R = ax + b

F = x³ − 2x² + 2x + 6

F(1) = 7 / F(−1) = 1

a + b = 7 / −a + b = 1

R = 3x + 4 / Q = x − 2

F = (x² − 1)(x − 2) + 3x + 4

自分の図と式でたしかめる

まず次数条件から余りの形を決め、元の恒等式へ戻します。

自分の二つの値と連立方程式を対応させ、片方だけの判断と分けます。

商と余りを元のFへ戻し、値の一致と全係数の一致を区別します。

余りの形· 二条件· 恒等式の検算

C1· C2：筆算· 恒等式と根拠

C1. $F=3x^3-5x^2+4$を$x-1$で割ります。筆算では、項のない次数にも係数0を書いて、商と余りを求めましょう。元に戻す恒等式を展開し、全ての係数と余りの条件を確かめます。

解答· 理由を書く

C2. $F=6x^3-x^2-5x+7$を$3x-2$で割ります。筆算の商· 余りと恒等式を記録し、除式が0になる値を求め、その代入値が余りと一致する理由と計算を示してください。

解答· 理由を書く

C1：筆算· 全係数· 余りと根拠

C2：筆算· 全係数· 余りと根拠

C3· C4：筆算· 恒等式と根拠

C3. $F=x^3+kx+6$を$x-2$で割った余りが4です。恒等式と代入の理由からkを求め、そのkを使った商と余りを筆算で確かめ、元の全ての係数へ戻してください。

解答· 理由を書く

C4. $F=x^3-4x^2+x+6$について、F(2)を計算し、$x-2$が因数である根拠を余りの条件から説明してください。実際の商を求め、残りの二次式も因数分解し、最後に元のFへ展開して戻します。

解答· 理由を書く

C3：筆算· 全係数· 余りと根拠

C4：筆算· 全係数· 余りと根拠

C5· C6：筆算· 恒等式と根拠

C5. $F=2x^3+x^2-5x-2$をx^2-4で割ります。次数条件から余りの形を置き、除式が0になる二つの値を使って係数を求めてください。商も求め、全係数が元に戻ることと余りの次数を確かめます。

解答· 理由を書く

C6. 同じ$F=x^3+2x^2+3x+4$、$D=x^2-1$について、
Iは$Q=x+2, R=4x+6$、
IIは$Q=x+1, R=x^2+4x+5$としました。両方の$DQ+R$を展開し、恒等式の一致だけで商· 余りを決めてよいかを、除法の全ての条件から説明してください。

解答· 理由を書く

C5：筆算· 全係数· 余りと根拠

C6：筆算· 全係数· 余りと根拠

C7· C8：筆算· 恒等式と根拠

C7. $F=6x^2+x-2$を$2x-1$で割るとき、友達Iは「$F(1)=5$だから余り5」、IIは「$F(1/2)=0$だから$F=(x-1/2)(3x+2)$」としました。両方を全文で直し、正しい除式· 零点· 商· 余りを元の恒等式で確かめてください。

解答· 理由を書く

C8. aを−2,1,3から、bを−1,2から、rを0,5から一つずつ選びます。$D=x-a$,$Q=x^2+bx+1$として$F=DQ+r$を展開し、自分のFの筆算· 全係数とF(a)を確かめてください。余りの条件と、DがFの因数になるかを理由付きで説明します。全12条件を解く必要はありません。

解答· 理由を書く

C7：筆算· 全係数· 余りと根拠

C8：筆算· 全係数· 余りと根拠