# 因数を約分しても、元の除外値を残す

## 考える手がかり

F=(x²−25)/(x−5)では、最初に元の分母からx≠5を記録します。分子全体を(x−5)(x+5)と因数分解し、値が0でない共通因数x−5で約分します。

その条件のもとでF=x+5です。x=0では元の式も変形後も5になります。一つの値での一致だけでなく、因数分解と、0でない因数で割る操作が変形の根拠です。

x=5では元の分母が0で、元の式は未定義です。多項式x+5へ5を入れた10を元の式の値にはしません。同じ形へ変形できることと、元の定義域まで同じことを区別します。

## 編集できる因数分解· 0でない条件と除外した値

F = (x²−25)/(x−5)

x²−25 = (x−5)(x+5)

x≠5のもとで F = x+5

x=0：元の式5 / 変形後5

x=5：元の式は未定義

変形後の10を元の値にしない

## 自分の図と式でたしかめる

計算より先に元の分母と除外値を記録します。

足し算の項をそのまま消さず、分子全体· 分母全体の因数へ戻します。

自分の変形の理由と、定義できる一つの値での確認を分けます。

## 元の条件· 因数と変形の理由

# 通分する二つの分母と、分子が0の場合を分ける

## 考える手がかり

2/(x−2)+3/(x+2)では、元の二つの分母からx≠2,−2です。共通の分母(x−2)(x+2)へそろえ、分子を2(x+2)+3(x−2)=5x−2とします。

よって(5x−2)/(x²−4)ですが、元の二つの条件を保ちます。引き算なら引く分子全体を括弧に入れ、その全ての項の符号を扱います。

x=2/5では元の二つの分母は0でなく、和は0です。分子が0というだけでは除外しません。後で何かを割るときは、その割る式全体が定義され0でないかを別に確かめます。

## 編集できる通分· 全ての分母と許される0

2/(x−2) + 3/(x+2)

元の条件：x≠2, −2

分子：2(x+2) + 3(x−2)

結果：(5x−2)/(x²−4)

x=2/5：分子0、分母は0でない

値0を許す / 分子0だけでは除外しない

## 自分の図と式でたしかめる

元の各分母の条件を両方残し、共通の分母に対応させます。

足す又は引く分子全体を括弧で示し、展開した全項を確かめます。

分子0と分母0を分け、元の式が定義される範囲へ戻します。

## 通分· 括弧と元のすべての条件

# 割る式の条件と、割られる式が0になる場合を区別する

## 考える手がかり

F=(x²−25)/(x−2)をG=(x−5)/(x+3)で割ります。元の分母からx≠2,−3、その上で割る式G≠0が必要なのでx≠5も記録します。

その範囲でGの逆数を掛け、(x−5)(x+5)/(x−2)×(x+3)/(x−5)=(x+5)(x+3)/(x−2)です。約分で消えたx−5と、元のGの分母x+3の条件も残します。

x=−5ならF=0、G=5なので割り算はでき、値0です。一方x=5はGが0、x=−3はGが未定義、x=2はFが未定義で、理由が違っても全て除外します。0で割る操作や0/0に値を与えません。

## 編集できる二つの分母· 割る式の零点と0

F = (x²−25)/(x−2)

G = (x−5)/(x+3)

元の分母：x≠2, −3

さらに G≠0：x≠5

F÷G = (x+5)(x+3)/(x−2)

x=−5：F=0, G=5 → 値0

## 自分の図と式でたしかめる

元の二つの分母と、割る式全体の0でない条件を別々に残します。

逆数を掛ける前提と約分の因数を示し、消えた条件を戻します。

自分の表で許される0、0で割る場合、未定義の場合を区別します。

## 逆数· 全除外値と許される0

# C1· C2：すべての条件· 式と理由

C1. (x²−36)/(x−6)を、元の定義条件を最初に記録してから因数分解· 約分してください。x=2,−6,6について元の式と変形後の式の値又は未定義を表にし、約分の根拠と元の除外値を残す理由を説明します。

解答· 理由を書く

C2. (x+2)/(x−3)+(2x−1)/(x+3)を、元の二つの分母の条件と通分する式を示して簡単にしてください。分子を展開して整理し、x=0で元の二項と結果を確かめます。一つの代入での確認と変形の一般の根拠を分けます。

解答· 理由を書く

C1：元の条件· 変形· 値と理由

C2：元の条件· 変形· 値と理由

# C3· C4：すべての条件· 式と理由

C3. (3x+2)/(x−4)−(x−1)/(x+4)を、元の条件と引く分子全体の括弧を残して簡単にしてください。展開した各項と符号を確かめ、x=0で元の二項と結果を比較します。

解答· 理由を書く

C4. (x²−4)/(x+3)×((x+3)/(x−5))を、元の二つの分母の条件から因数分解· 約分してください。x=2,−3,5について元の積が定義されるかと理由を比べ、簡単な形にだけ代入できる値を元の式の値にしないでください。

解答· 理由を書く

C3：元の条件· 変形· 値と理由

C4：元の条件· 変形· 値と理由

# C5· C6：すべての条件· 式と理由

C5. (x²−16)/(x−6)÷((x−4)/(x+1))を、元の各分母と割る式全体の条件を別々に記録して簡単にしてください。x=−4,4,−1,6について値又は未定義を表にし、許される0と三種類の除外理由を説明します。

解答· 理由を書く

C6. 分母に分数を含む式 1/(1/x+1/(x−1)) を簡単にしてください。内側の二つの分母、外側の分母の順に、0にならない条件を記録します。x=2,0,1,1/2について元の式の値又は未定義を示し、簡単な式の分母だけを見て終えない理由を説明します。

解答· 理由を書く

C5：元の条件· 変形· 値と理由

C6：元の条件· 変形· 値と理由

# C7· C8：すべての条件· 式と理由

C7. $(x^2-49)/(x-8)\div((x-7)/(x+2))$について、友達Iは「簡単な式の分母からx≠8だけ」、友達IIは「分子が0となる値も全て除外するからx=−7も使えない」としました。両方を全文で直し、全除外値と変形を示します。x=−7,7,−2も理由から比べてください。

解答· 理由を書く

C7：元の条件· 変形· 値と理由

C8. aを2,3,5から、bを1,4から、kを−1,2から一つずつ選び、$k(x^2-a^2)/(x-b)\div((x-a)/(x+1))$を作ります。元のすべての条件、因数分解· 逆数· 簡単な形を示し、x=0とx=−aを確かめてください。除外値ごとの理由も説明します。全12条件を解く必要はありません。

解答· 理由を書く

C8：元の条件· 変形· 値と理由