方べきの定理：点の順序・相似による証明・接線

講師用メモ・バージョン 2

同じ円周上の異なる四点・二本の異なる直線・円内外のPと点の順序を、生徒の図の仮定から確かめます。円内の部分×部分、円外の外側×Pから遠い点までの全体を混ぜません。二角の根拠・頂点対応と比を省かず、正しい別の相似の組も認めます。接線は接点での垂直から判断し、等距離だけで決めません。C7は実際の直線の組を無視する数値の一致への反例です。生徒の選ぶ12通りの一つを講師の見本・支援や未確認から分け、全例を強制しません。実際の生徒との試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：点の順序・対応と理由

C1. 同じ円内で異なる弦AB・CDがPで交わり、A・P・B、C・P・Dの順です。PA=7、PC=6、PD=14です。自分の図で二角の理由・相似の対応・比から積を導き、PB・AB・CDを求めてください。正の部分と全体、元の順序も確かめます。

解答・確認の観点：△PAC∽△PDBの対応P↔P,A↔D,C↔BからPA/PD=PC/PB、7×PB=6×14よりPB=12。AB=7+12=19、CD=6+14=20。生徒の二角の根拠・比からの積と、全体は和で全て正という確認を見る。正しい別の相似の組も認める。

C2. 同じ円周上の異なる四点R・S・U・Vで、異なる弦RS・UVが内部のXで交わり、R・X・S、U・X・Vの順です。XR=5、XS=18、XU=9です。実際の弦の組を図示し、二つの三角形・二角・対応・比からXVを求め、元の関係で確かめてください。

解答・確認の観点：△XRU∽△XVS。∠RXU=∠VXSは対頂角、∠XRU=∠XVSは同じ弧SUの円周角。X↔X,R↔V,U↔SからXR/XV=XU/XS。5×18=9×XVよりXV=10、9×10=90=5×18で全て正。生徒の実際のRS/UVの組と対応を見る。

C3・C4：点の順序・対応と理由

C3. 同じ円外のPからP・A・B、P・C・Dの順に二本の異なる割線を引き、PA=4、AB=14、PC=6です。外側・内部・全体を図で区別し、相似の二角と対応からPD・CDを求めてください。二つの外側×全体で確かめます。

解答・確認の観点：△PDA∽△PBCの共通角Pと同じ弧ACの円周角からPA×PB=PC×PD。PB=4+14=18、4×18=6×PDよりPD=12、CD=12−6=6。6×(6+6)=72=4×(4+14)。生徒の全体と内部部分、二角と対応・正値を見る。

C4. 同じ円外のPからP・A・B、P・C・Dの順に二本の異なる割線を引き、PA=x、AB=10、PC=3、CD=5です。自分の図で全体をxから表し、相似に基づく式を立ててPA・PBを求めてください。方程式の二つの候補と、長さに使える条件、元の積の検算を説明します。

解答・確認の観点：PB=x+10、PD=3+5=8。相似からx(x+10)=3×8=24、(x−2)(x+12)=0で候補2,−12。長さx>0からPA=2、PB=12。2×12=3×8=24で順序に合う。負の候補を長さにせず、生徒の図・比の根拠・候補と正値の区別を見る。

C5・C6：点の順序・対応と理由

C5. 中心O、半径15の円の外にPがありOP=17、PTはTでの接線です。接点の直角と斜辺を図に示し、PTを求めてください。直線OPの近い交点A・遠い交点Bまでの長さとABも示し、差の積からPA×PB=PT²を導きます。

解答・確認の観点：OT⊥PT、斜辺OPからPT²=17²−15²=64、PT=8。PA=17−15=2、PB=17+15=32、AB=30。PA×PB=(17−15)(17+15)=17²−15²=64=8²。生徒の接線の条件・正の平方根・二つの全体と差の積の導出を見る。

C6. 同じ円外のPからの二本の接線PT・PUについて、半径と斜辺を図に加えて直角三角形の合同からPT=PUを証明します。次に半径3、OP=7の別の図で、OPに垂直な直径の両端を新たなT・Uとしてください。PT=PUでも接線ではないことを、等距離と接点での垂直を分けて証明します。長さの平方根を求める必要はありません。

解答・確認の観点：接線の図ではOT=OU、斜辺OP共通、T/Uの直角から△OTP=△OUPでPT=PU。別の図はPが直径TUの垂直二等分線上なのでPT=PU。しかし△OTPはOが直角でTの角は直角ではなく、PT⊥OTでないので接線でない。Uも同様。生徒の二つの図と仮定・合同・反例の幾何的理由を見る。

C7・C8：点の順序・対応と理由

C7. 二人の主張を自分の別々の図で直します。I：同じ円外のPからP・A・B、P・C・Dの割線でPA=5、AB=7、PC=6だから5×7=6×CDとする。II：直交する二直線でA・P・C、B・P・Dの順、
PA=2、PC=3、PB=9、PD=6なので
PA×PB=PC×PDから四点は同じ円周上とする。Iは正しい全体と内部部分を求め、IIは実際の弦の組から反例を説明してください。

解答・確認の観点：IはPB=5+7=12、5×12=6×PDよりPD=10、CD=4。外側×全体を使い6×(6+4)=60。IIは誤った組の積PA×PB=18とPC×PD=18は等しいが、実際にPをはさむ弦はACとBD。同じ円ならPA×PC=PB×PDが必要なのに6≠54。従って四点は同じ円周上ではない。生徒の二つの図・全体と実際の組、必要条件への矛盾を見る。

C8. (r,d)を(5,13)か(20,29)から一組、kを1,2,3から一つ選び、中心O、半径kr、OP=kdの図を作ります。OPを直径とする補助円との交点をOPの上側か下側の一方で選んでTとし、OTとPTを結んでください。自分の選んだ図で接線である理由、PT・近いAまで・遠いBまでの正の長さ、割線の積と接線の二乗を示します。全12通りを解く必要はありません。

解答・確認の観点：作例(r,d)=(20,29),k=2で下側を選ぶ。半径40、OP=58、補助円の円周角から∠OTP=90°なのでPTは元の円のTでの接線。PT²=58²−40²=1764よりPT=42。PA=18、PB=98、PA×PB=1764=PT²。別の許された一組と上下どちらも認める。一般にはPT=k√(d²−r²)、PA=k(d−r)、PB=k(d+r)。生徒の具体的な選択・補助円と接点の理由を見る。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学A：平面図形の性質と論理的考察（冊子88〜90/PDF100〜102）— https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=100