交わらないだけで、二直線を平行と決めない

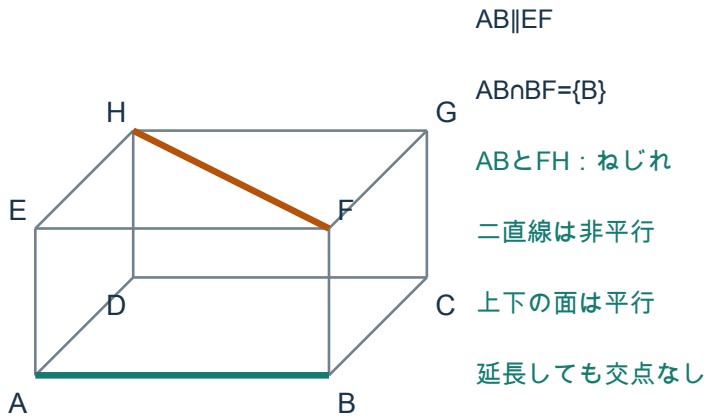
考える手がかり

直方体ABCD-EFGHで、A· B· C· Dの真上に順にE· F· G· Hがあります。全ての辺の長さは正です。直線は辺の両側への延長も含め、図に見える部分だけで判断しません。

AB∥EF、ABとBFはBで交わります。ABは底面内、FHは平行な上面内なので、延長しても交わりません。FHはEFとFで交わる別の直線で、EFと平行なABとも平行ではありません。

従ってABとFHはねじれの位置です。空間では交わらない二直線が必ず平行とは限りません。図は配置の見本で、長さ· 角や平行を見た目から追加せず、直方体の面と辺の条件を使います。

編集できる直方体：直線の延長と上下の面



自分の図と式でたしかめる

頂点の対応、上下の平行な面、調べる二直線を、自分の図に書き込みます。

交わる、平行、ねじれの三つを、延長を含む共通点と平行の理由で分けます。

交わらないことだけで平行と言わず、同一平面にあるかも条件へ戻します。

自分の二直線· 面の条件と位置関係の理由

垂線の足から、正射影と平面までの距離を分ける

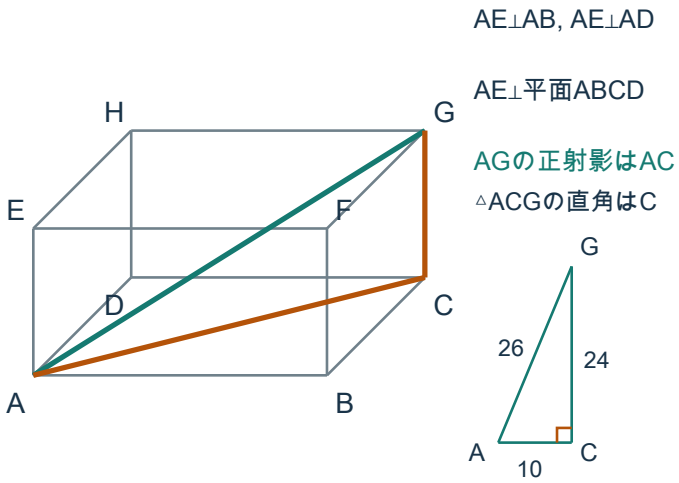
考える手がかり

AEは、底面内でAを通る二本の交わる直線AB· ADの両方に垂直です。従ってAE⊥平面ABCD。AEと平行なCGも底面に垂直で、Gの足はC、Aの足はAです。線分AGの底面への正射影はACです。

見本AB=6、AD=8、AE=24なら、底面の直角三角形から$AC^2=6^2+8^2=100$、AC=10です。
直角三角形ACGで$AG^2=10^2+24^2=676$、AG=26です。

Gから底面までの距離は垂線CGの長さ24で、斜めのAGの長さ26ではありません。正射影のACは長さ10です。一本の直線への垂直だけを、平面への垂直の十分な根拠にしません。

編集できる足と正射影：別に描いた直角三角形



自分の図と式でたしかめる

自分で交わる二直線への垂直を記録し、平面への垂線と足を自分の図で示します。

自分で空間の線分、その正射影、点から平面への距離を三つに分けます。

二つの直角三角形を順に使い、正の長さと元の面の条件へ戻します。

自分の二つの垂直· 足· 二段階の直角三角形

同じ切断平面を、面ごとの交線で閉じる

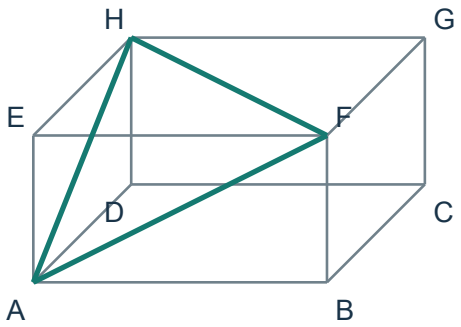
考える手がかり

平面AFHで直方体を切ります。前面ABFEとの交線はAF、上面EFGHとはFH、左面ADHEとはHAです。三本は端点を共有して閉じ、断面全体は三角形AFHになります。

A· F· Hは頂点Eから出る三本の辺EA· EF· EHの各先端です。この平面はE側の角を切り分け、残りの部分は反対側です。各交線を面の範囲でつなぎ、三点だけを見て他の面への交線を勝手に追加しません。

例えば対角線AGのGはこの切断平面上ではありません。線が図で重なって見えても同じ平面とは限りません。面の外へ交線を延長した部分や、切断平面上にない頂点は断面に入れません。

編集できる三本の面の交線と閉じた断面



AF：前面ABFE

FH：上面EFGH

HA：左面ADHE

閉じた断面△AFH

頂点はA· F· H

面の外へ延ばさない

自分の図と式でたしかめる

自分で切断平面の三点と、その点を結ぶ線がどの面にあるかを自分の図へ記録します。

一つの面を出た端点から隣の面へ進み、全ての交線で閉じた輪郭を確かめます。

断面の頂点· 辺を、延長線や平面外の頂点と区別し、元の各面へ戻します。

自分の各面の交線· 閉じた輪郭と除いた部分

C1・C2：二直線の位置関係と、平面への垂直の条件

C1. 全ての辺が正の直方体
ABCD-EFGHで、A・B・C・Dの真上
にE・F・G・Hがあります。自分の図
で、ADとEH、ADとDH、ADとEGの三組の位置関係を分類してください。二直線の延長を含む共通点と、上下の面・対応する辺に基づく理由を示し、交わらないだけで平行と決めないでください。

解答・理由を書く

C1：自分の図・仮定・足・輪郭全体と理由

C2. 全ての辺が正の直方体
ABCD-EFGHで、A・B・C・Dの真上
にE・F・G・Hがあります。友達は「AH⊥ABだからAH⊥平面ABCD」としました。自分でAHを描いて、AH⊥ABは正しくても平面への垂直という結論が成り立たないことを証明してください。平面内の二本の交わる直線を使う条件と、欠けた条件を図に示します。

解答・理由を書く

C2：自分の図・仮定・足・輪郭全体と理由

C3· C4：正射影と距離

C3. 全ての辺が正の直方体
ABCD-EFGHで、A· B· C· Dの真上
にE· F· G· Hがあります。AB=9、AD=12、AE=20です。
自分で空間の対角線BHと底面への正射影を別に描き、垂線の足と、Hから底面までの距離を示します。正射影の長さ· BH· その距離を、二つの直角三角形の理由から求めてください。

解答· 理由を書く

C3：自分の図· 仮定· 足· 輪郭全体と理由

C4. 全ての辺が正の直方体
ABCD-EFGHで、A· B· C· Dの真上
にE· F· G· Hがあります。線分EH· AE· ADの底面ABCDへの正射影を、自分で足と図からそれぞれ示してください。さらに直線EH· AE· ADと底面の位置関係を、共通点の有無から説明します。この教材では底面に含まれる直線を「底面と平行」とは呼びません。

解答· 理由を書く

C4：自分の図· 仮定· 足· 輪郭全体と理由

C5・C6：断面の作図

C5. 全ての辺が正の直方体
ABCD-EFGHで、A・B・C・Dの真上にE・F・G・Hがあります。平面BEGで切る断面全体を、自分で各面の交線から作図してください。断面の全頂点と全辺、各辺がある面、閉じた輪郭を示します。図の見た目で別の頂点や辺の延長を断面に追加しない理由も説明してください。

解答・理由を書く

C6. 全ての辺が正の直方体
ABCD-EFGHで、A・B・C・Dの真上にE・F・G・Hがあります。AE=15です。AE・BF・CGの下の頂点から2/5の高さにP・Q・Rをとります。自分で三点を通る断面全体とDH上の残る点Sを作図し、実際の高さ、底面への正射影、直線PQと底面の位置関係を示してください。各側面の平行線と全ての交線から理由を説明します。

解答・理由を書く

C5：自分の図・仮定・足・輪郭全体と理由

C6：自分の図・仮定・足・輪郭全体と理由

C7· C8：面の条件とすべての交線

C7. 全ての辺が正の直方体
ABCD-EFGHで、A· B· C· Dの真上
にE· F· G· Hがあります。二人の主張を自分の別々の図と理由で直
します。I：AB=12、AD=16、AE=15で、AGの正射影はACだからAG=ACとする。II：平面CFHの断面にAも加え、四角形AFCHとする。Iは足· 二つの長さ· 垂線の距離を、IIは各面の全交線と、Aがその平面上にない根拠を示してください。

解答· 理由を書く

C8. 全ての辺が正の直方体
ABCD-EFGHで、A· B· C· Dの真上
にE· F· G· Hがあります。自分
でABを4,5から、ADを7,9から、AEを3,6,8から一つずつ選び、図を作ります。対角線DFの底面への正射影· その長さ· DFの長さ· Fから底面までの距離を示
してください。さらに平面AFGで切る断面全体と残る第四点、各面の交線と断面の正射影を説明します。自分の一例を完成させればよく、全12通りを解く必要
はありません。

解答· 理由を書く

C7：自分の図· 仮定· 足· 輪郭全体と理由

C8：自分の図· 仮定· 足· 輪郭全体と理由