空間の図形：直線と平面・垂線の足・断面

講師用メモ・バージョン 2

最初に上下の対応・正の三辺・調べる直線の延長と面を生徒の図へ記録します。交わらないだけで平行とせず、平面への垂直は面内の交わる二直線への垂直から説明します。線分の二端点の足を取り、正射影・斜めの長さ・点から平面までの垂線の距離を分けます。切断は三点だけで終えず、各面の範囲の交線を端点からつなぎ、第四点や輪郭全体が閉じる理由を確認します。生徒が12通りから選ぶ一例を講師の見本・支援や未確認から分け、全例を強制しません。実際の生徒との試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：二直線の位置関係と、平面への垂直の条件

C1. 全ての辺が正の直方体ABCD-EFGHで、A・B・C・Dの真上にE・F・G・Hがあります。自分の図で、ADとEH、ADとDH、ADとEGの三組の位置関係を分類してください。二直線の延長を含む共通点と、上下の面・対応する辺に基づく理由を示し、交わらないだけで平行と決めないでください。

解答・確認の観点：AD∥EH、ADとDHはDで交わる。ADは底面内、EGは平行な上面内なので交わらない。AD∥EHだがEGはEHとEで交わる別の直線で、ADと平行でもない。従ってADとEGはねじれ。生徒の延長を含む直線、面の共通点と非平行の理由を見る。

C2. 全ての辺が正の直方体ABCD-EFGHで、A・B・C・Dの真上にE・F・G・Hがあります。友達は「AH⊥ABだからAH⊥平面ABCD」としました。自分でAHを描いて、AH⊥ABは正しくても平面への垂直という結論が成り立たないことを証明してください。平面内の二本の交わる直線を使う条件と、欠けた条件を図に示します。

解答・確認の観点：ABはAで交わるAD・AEに垂直なので平面ADHEに垂直、従って同じ面内でAを通るAHにも垂直。しかし直角三角形ADHで∠HADは鋭角なのでAHはADに垂直でなく、底面には垂直でない。一本ABへの垂直だけでは足りない。生徒の二つの平面・二本の交わる直線と、反例が仮定を満たし結論を否定する理由を見る。

C3・C4：正射影と距離

C3. 全ての辺が正の直方体ABCD-EFGHで、A・B・C・Dの真上にE・F・G・Hがあります。AB=9、AD=12、AE=20です。自分で空間の対角線BHと底面への正射影を別に描き、垂線の足と、Hから底面までの距離を示します。正射影の長さ・BH・その距離を、二つの直角三角形の理由から求めてください。

解答・確認の観点：Hの足はD、Bの足はBなのでBHの正射影はBD。$BD^2=9^2+12^2=225$でBD=15、DH=20とBDが垂直なので$BH^2=15^2+20^2=625$、BH=25。Hから底面までの距離は垂線DH=20。生徒の足と二つの直角三角形、15・25・20を混同しない説明を見る。

C4. 全ての辺が正の直方体ABCD-EFGHで、A・B・C・Dの真上にE・F・G・Hがあります。線分EH・AE・ADの底面ABCDへの正射影を、自分で足と図からそれぞれ示してください。さらに直線EH・AE・ADと底面の位置関係を、共通点の有無から説明します。この教材では底面に含まれる直線を「底面と平行」とは呼びません。

解答・確認の観点：EHの足はA,Dなので正射影AD、直線EHは底面と共通点を持たず平行。AEは二端点とも足がAで正射影は点A、直線AEは底面に垂直で交点A。ADはそのままADに射影され、直線ADは底面に含まれる。生徒の線分から一点になる場合と、平行・垂直・含まれるの区別を見る。

C5・C6：断面の作図

C5. 全ての辺が正の直方体ABCD-EFGHで、A・B・C・Dの真上にE・F・G・Hがあります。平面BEGで切る断面全体を、自分で各面の交線から作図してください。断面の全頂点と全辺、各辺がある面、閉じた輪郭を示します。図の見た目で別の頂点や辺の延長を断面に追加しない理由も説明してください。

解答・確認の観点：断面は三角形BEG。前面ABFEのBE、上面EFGHのEG、右面BCGFのGBが閉じる。B,E,Gは頂点Fから出る三辺FB,FE,FGの各先端で、F側の角を切り分ける。面の範囲で交線をつなぎ、平面外の頂点や延長は加えない。生徒の三つの面と輪郭全体、別の正しい向きの図も認める。

C6. 全ての辺が正の直方体ABCD-EFGHで、A・B・C・Dの真上にE・F・G・Hがあります。AE=15です。AE・BF・CGの下の頂点から2/5の高さにP・Q・Rをとります。自分で三点を通る断面全体とDH上の残る点Sを作図し、実際の高さ、底面への正射影、直線PQと底面の位置関係を示してください。各側面の平行線と全ての交線から理由を説明します。

解答・確認の観点：各点の高さは15×2/5=6でSもDから6。各側面の同じ割合の点を結ぶ線は対応する底面の辺に平行で、断面は底面と平行な長方形PQRS。足はA,B,C,Dなので正射影は長方形ABCD全体。PQは高さ6で底面と共通点を持たず平行。生徒の第四点・四側面の全交線・足と高さ、平行の根拠を見る。

C7・C8：面の条件とすべての交線

C7. 全ての辺が正の直方体ABCD-EFGHで、A・B・C・Dの真上にE・F・G・Hがあります。二人の主張を自分の別々の図と理由で直します。I：AB=12、AD=16、AE=15で、AGの正射影はACだからAG=ACとする。II：平面CFHの断面にAも加え、四角形AFCHとする。Iは足・二つの長さ・垂線の距離を、IIは各面の全交線と、Aがその平面上にない根拠を示してください。

解答・確認の観点：IはAC=20、AG=25、垂線CG=15で、正射影と元の線分の長さは異なる。IIの断面は三角形CFHで、右面のCF・上面のFH・背面のHCが閉じる。もしAも平面CFH上なら、平行な底面・上面との交線ACとFHが平行になるはず。しかしFH∥BDで、ACとBDは交わる異なる底面対角線なので平行でなく矛盾。生徒の全交線、実際の足と長さ、必要な平行の条件からの反証を見る。

C8. 全ての辺が正の直方体ABCD-EFGHで、A・B・C・Dの真上にE・F・G・Hがあります。自分でABを4,5から、ADを7,9から、AEを3,6,8から一つずつ選び、図を作ります。対角線DFの底面への正射影・その長さ・DFの長さ・Fから底面までの距離を示してください。さらに平面AFGで切る断面全体と残る第四点、各面の交線と断面の正射影を説明します。自分の一例を完成させればよく、全12通りを解く必要はありません。

解答・確認の観点：作例AB=5,AD=7,AE=6。DFの正射影はDBで長さ√74、DF=√110、Fから底面の距離はFB=6。AFG平面はFG∥ADを含み、Aを通るADの延長も同平面にあるので第四点はD。前面AF・右面FG・背面GD・底面DAが閉じ、断面は長方形ADGF。足A,D,C,Bの順の正射影は底面全体。一般に射影長√(a²+b²)、空間対角線√(a²+b²+h²)、距離h。生徒の別の正しい一組・足・輪郭全体と第四点の理由を認め、全12例を強制しない。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学A：空間図形と論理的考察（冊子88〜90/PDF100〜102）— https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=100