因数定理からすべての実数解へ：因数・重解・置き換え

講師用メモ・バージョン 3

生徒の商と余り・全展開・因数を0とするすべての場合を元の式へ戻します。三次だから異なる実数解が三つとは限らず、重なる値と実数解のない二次因数を区別します。0になり得る因数で無条件に割らず、$t=x^2$の非負条件とxに戻す正負を別に確認します。12条件から生徒が一例を選び、全例を必須にしません。講師の見本・支援と生徒の途中式・理由、未確認を分けます。実際の生徒との試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：因数と全ての実数解

C1. $F(x)=x^3-3x^2-4x+12$で$F(3)=0$です。$x-3$で割った商と余りを求め、残りを因数分解して全ての実数解を示してください。展開して元の式に戻ることと、各解の代入で確かめます。

解答・確認の観点：商x^2-4、余り0。$F=(x-3)(x-2)(x+2)$、実数解$-2,2,3$。全展開は$x^3-3x^2-4x+12$。各解で$F=0$。生徒の除法の全項、積が0のすべての場合と全検算を見る。

C2. $F(x)=3x^3-5x^2-12x+20$で$F(2)=0$です。$x-2$で割った商と余りから、全ての実数解を求めてください。各因数が0となる場合と、元の式への戻しを残します。

解答・確認の観点：商$3x^2+x-10=(3x-5)(x+2)$、余り0。$F=(x-2)(3x-5)(x+2)$で実数解$-2,5/3,2$。生徒の全展開、$3x-5=0$から5/3を得る計算と各解の代入を見る。

C3・C4：因数と全ての実数解

C3. $F=x^3+4x^2-3x-18$を因数分解し、全ての異なる実数解を自分で示してください。「三次なので異なる実数解は必ず三つ」という友達の説明を、この式のすべての因数と代入を根拠に直します。

解答・確認の観点：$F=(x+3)^2(x-2)$。異なる実数解は$-3,2$の二つ。-3が重なるが、解集合では一度書く。全展開と$F(-3)=-27+36+9-18=0$、$F(2)=8+16-6-18=0$。生徒のすべての因数と「異なる」の意味を見る。

C4. $H=x^3-5x^2+4x-20$を、自分で項をまとめて因数分解し、全ての実数解を求めてください。二次の因数についても、実数の範囲で解があるか理由を述べ、元の式へ戻します。

解答・確認の観点：$H=x^2(x-5)+4(x-5)=(x-5)(x^2+4)$。実数では$x^2+4>0$なので、全実数解は5だけ。全展開と$H(5)=125-125+20-20=0$。生徒の各因数と実数の範囲を見る。

C5・C6：因数と全ての実数解

C5. $2x^3-18x=0$で、友達は両辺を2xで割り、解は-3と3だけだと言いました。全ての実数解を元の式から求め、友達が落とした場合と、割れる範囲を説明してください。

解答・確認の観点：$2x(x^2-9)=2x(x-3)(x+3)=0$なので全解は$-3,0,3$。$x=0$も元の両辺0で、無条件に2xで割れない。$x\neq0$なら割って±3を得る。生徒のすべての場合と三つの元の式の確認を見る。

C6. $x^4-5x^2-6=0$を、自分で$t=x^2$と置いて解いてください。tの条件、全てのtの候補、元のxの全ての実数解を分け、各候補を残す又は除く理由と代入を示します。

解答・確認の観点：$t^2-5t-6=(t-6)(t+1)=0$で$t=6$又は-1。$t\geq0$から-1を除き、$x=\pm\sqrt{6}$。元の式は$36-30-6=0$。生徒の$t\geq0$と正負両方、元の式への検算を見る。

C7・C8：因数と全ての実数解

C7. $3x^4-13x^2+4=0$を、自分で$t=x^2$と置いて全ての実数解まで求めてください。二次式のすべての因数、tの条件、xに戻す正負と、元の式への二種類の二乗値の代入を残します。

解答・確認の観点：$3t^2-13t+4=(3t-1)(t-4)$。$t=1/3,4$はいずれも非負で、$x=\pm\sqrt{3}/3,\pm2$。$\pm1/\sqrt{3}$も同値。$t=1/3$なら$1/3-13/3+4=0$、$t=4$なら$48-52+4=0$。生徒の全四解・根号の同値と両方の検算を見る。

C8. aを−3,0,2から、bを−2,1から、cを4,6から一つずつ選びます。$F=(x-a)(x-b)(x-c)$を全展開し、$x-a$で割った商と余り、全ての実数解を求めてください。三つの解と$x=1$を元の展開式へ代入して確かめます。12条件全てを解く必要はありません。

解答・確認の観点：作例$a=0,b=-2,c=6$は$F=x^3-4x^2-12x$。商$x^2-4x-12=(x+2)(x-6)$、余り0。全解−2,0,6で各$F=0$、$F(1)=-15$。一般の係数は$1,-(a+b+c),ab+ac+bc,-abc$。選択肢の三数は互いに異なる。生徒の別の正しい一例も認め、すべての条件を強制しない。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学II：因数定理と簡単な高次方程式（冊子54・56/PDF66・68）— https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=68