共役を両方へ掛け、実部と虚部に戻す

考える手がかり

(7+i)/(2−i)をa+bi（a,bは実数）の形へ直します。元の除数2−iは0ではありません。分子と分母の両方へ、共役な2+iを掛けます。

分母は(2−i)(2+i)=4−i²=5。分子は(7+i)(2+i)=14+9i+i²=13+9iなので、13/5+(9/5)iです。実部は13/5、虚部は9/5で、虚部を(9/5)i全体とはしません。

求めた値へ2−iを掛けると7+iへ戻ります。自分で全ての積とi²=−1を使う箇所を残し、共役を分母だけへ掛けたり、0の除数を許したりしません。

編集できる共役· 分母と元への確認

(7+i)/(2−i) / 2−i≠0

分子· 分母の両方へ 2+i

分母：4−i²=5

分子：14+9i+i²=13+9i

商：13/5 + (9/5)i

掛け戻すと 7+i

自分の図と式でたしかめる

自分の元の除数が0でないことと、共役を両方へ掛ける理由を見ます。

全ての積から、実部と虚部を実数の係数として残します。

求めた商を元の除数へ掛け、元の分子と比べます。

全積· 除数の条件と掛け戻し

実数係数と負の判別式から、二つの解を確かめる

考える手がかり

$x^2+4x+7=0$は実数係数です。判別式$D=16-28=-12$から、解の公式で$x=-2\pm i\sqrt{3}$。二つは非実数で、互いに共役です。

二つの解の和は-4、積は$4+3=7$です。$(x+2-i\sqrt{3})(x+2+i\sqrt{3})=(x+2)^2+3=x^2+4x+7$へ戻ります。自分で係数の符号と二つの解の式と計算過程を対応させます。

$D<0$という条件と、実数係数であることを残します。実数の解は自身が共役なので、新しい別の解が増えるのではありません。実数係数なら二つの解がいつも互いに共役、とはしません。

編集できる判別式· 共役な二つの解と係数

$x^2+4x+7=0$ / 実数係数

$D=4^2-4\times7=-12$

$x = -2+i\sqrt{3}$ または $-2-i\sqrt{3}$

和：-4 / 積：7

$(x+2-i\sqrt{3})(x+2+i\sqrt{3})$

$= (x+2)^2+3 = x^2+4x+7$

自分の図と式でたしかめる

自分で判別式の符号と、実数· 非実数の範囲を区別します。

二つの解を共役として示し、すべての因数と係数へ戻します。

各解の元の式への代入も、自分で全項で確かめます。

判別式· 二つの解· 係数と全検算

共役な解の理由と、実数係数の条件を残す

考える手がかり

P(x)=Ax²+Bx+CでA,B,Cは実数、A≠0とします。P(α)=0の両辺の共役をとり、和· 積の共役の法則と、実数係数の共役がそのままであることを使います。

P(α)の共役=A(αの共役)²+B(αの共役)+C=P(αの共役)=0。αが非実数なら、二つは異なる解です。結論に至る過程のどこで、係数が実数であるという条件を使ったかを示します。

条件外のH(x)=x−2−iについて、H(x)=0は2+iを解にもちますがH(2−i)=−2i≠0。非実数の解があれば、係数の条件なしに必ず共役な解もある、とはいえません。

編集できる共役の証明と条件外の反例

A,B,Cは実数 / A≠0

P(α)=0 の両辺の共役をとる

係数は共役でも変わらない

P(αの共役)=0 / 非実数なら別の解

H=x−2−i / H(2+i)=0

H(2−i)=−2i≠0 / 条件外

自分の図と式でたしかめる

自分で係数の共役と、文字の共役を別々に扱います。

共役の式と計算過程と0へ戻る理由、非実数の条件を残します。

条件外の二つの値を計算し、保証されない主張を分けます。

実数係数· 共役の式と計算過程と反例

C1· C2：全計算と共役の条件

C1. (−2+5i)+(6−3i)と(−2+5i)−(6−3i)を、a+bi（a,bは実数）へ直してください。引くかっこの全ての符号と、二つの結果の実部· 虚部を別々に残します。

解答· 理由を書く

C2. 友達は(3+2i)(−2+5i)=4+11iとしました。四つの積とi²の値を残して確かめ、どの部分をどう直すか説明してください。

解答· 理由を書く

C1：式と計算過程· 共役· 条件と検算

C2：式と計算過程· 共役· 条件と検算

C3· C4：全計算と共役の条件

C3. (1+4i)/(3−i)をa+bi（a,bは実数）へ直し、元の除数が0でないこと· 両方へ掛ける共役と分母を説明してください。求めた値に3−iを掛け、元の分子に戻ることを全計算で確かめます。

解答· 理由を書く

C4. a,bは実数で、(a−1)+(2b+3)i=−2+7iです。二つの実数の条件からa,bを求め、元の等式へ戻してください。実部と虚部を比べられる根拠も残します。

解答· 理由を書く

C3：式と計算過程· 共役· 条件と検算

C4：式と計算過程· 共役· 条件と検算

C5· C6：全計算と共役の条件

C5. $z=-2-i$について、自分で共役と$-z$を別々に求め、zと共役な数の和· 積を計算してください。二つの数が同じではない理由を、実部と虚部から説明します。

解答· 理由を書く

C6. 実数係数の$3x^2-6x+5=0$を、自分で判別式と解の公式から複素数の範囲で全て解いてください。二つの解の共役な関係· 和と積を係数に対応させ、両方を元の式へ代入して確かめます。正しい同値な根号の形も認めます。

解答· 理由を書く

C5：式と計算過程· 共役· 条件と検算

C6：式と計算過程· 共役· 条件と検算

C7· C8：全計算と共役の条件

C7. 実数係数の多項式
$F(x)=x^3-x^2-x-15$について、$F(x)=0$に$-1+2i$を代入し、解であることを確かめてください。共役な解もある理由を示し、二つの解から二次因数を作って、残りの因数と$F(x)=0$の全ての複素数の解を求めてください。元の式に代入して確かめてください。

解答· 理由を書く

C8. aを−3,0,2から、bを1,3から、cを−2,5から一つずつ選びます。$a\pm bi$を解にもつ、x^2の係数が1の実数係数の二次方程式を作ってください。その左辺に$x-c$を掛けた三次式$F(x)$を展開してください。$F(x)=0$の全ての複素数の解、共役な二つの解がある理由、二次方程式に実数でない解を代入した確認、$F(0)$を書いてください。12通り全てを調べる必要はありません。

解答· 理由を書く

C7：式と計算過程· 共役· 条件と検算

C8：式と計算過程· 共役· 条件と検算