複素数と共役：計算・解と係数の関係

講師用メモ・バージョン 2

生徒の四つの積・i^2の置き換え、実部と虚部を実数として扱う条件と、元の除数が0でないことを残します。共役を分子と分母の両方へ掛け、掛け戻しで確かめます。共役と全体の負を分け、非実数の解と実数係数の条件を用いて別の解を示します。実数の共役は新しい値ではなく、D>0の二つの解が互いに共役だとはしません。12条件から生徒が一例を選び、全例を必須にしません。生徒の理由・式と計算過程と講師の見本や支援、未確認を分けます。実際の生徒との試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：全計算と共役の条件

C1. $(-2+5i)+(6-3i)$と$(-2+5i)-(6-3i)$を、$a+bi$（a,bは実数）へ直してください。引くかっこの全ての符号と、二つの結果の実部・虚部を別々に残します。

解答・確認の観点：和$4+2i$（実部4・虚部2）、差$-2+5i-6+3i=-8+8i$（実部-8・虚部8）。生徒の各実数係数と、差のかっこ全体の符号を見る。

C2. 友達は$(3+2i)(-2+5i)=4+11i$としました。四つの積とi^2の値を残して確かめ、どの部分をどう直すか説明してください。

解答・確認の観点：全積$-6+15i-4i+10i^2=-16+11i$。$i^2=-1$なので$10i^2=-10$。友達の実部4はi^2を1として$-6+10$とした誤りで、虚部11は正しい。生徒の全項と符号の根拠を見る。

C3・C4：全計算と共役の条件

C3. $(1+4i)/(3-i)$を$a+bi$（a,bは実数）へ直し、元の除数が0でないこと・両方へ掛ける共役と分母を説明してください。求めた値に$3-i$を掛け、元の分子に戻ることを全計算で確かめます。

解答・確認の観点：$3-i\neq0$、共役$3+i$を両方へ掛ける。分母10、分子$3+13i+4i^2=-1+13i$で商$-1/10+(13/10)i$。掛け戻しは$(-1/10+13i/10)(3-i)=1+4i$。生徒の全積・条件と実数の分母を見る。

C4. a,bは実数で、$(a-1)+(2b+3)i=-2+7i$です。二つの実数の条件からa,bを求め、元の等式へ戻してください。実部と虚部を比べられる根拠も残します。

解答・確認の観点：$a-1=-2, 2b+3=7$から$a=-1, b=2$。元は$(-1-1)+(4+3)i=-2+7i$。$a-1$と$2b+3$が実数なので、実部と虚部の一意な対応を使える。生徒の二式と元の式を見る。

C5・C6：全計算と共役の条件

C5. $z=-2-i$について、自分で共役と$-z$を別々に求め、zと共役な数の和・積を計算してください。二つの数が同じではない理由を、実部と虚部から説明します。

解答・確認の観点：共役$-2+i$、$-z=2+i$。和-4、積$(-2-i)(-2+i)=4-i^2=5$。共役は実部-2を保ち、$-z$は実部も反転する。生徒の二数・全計算と係数の区別を見る。

C6. 実数係数の$3x^2-6x+5=0$を、自分で判別式と解の公式から複素数の範囲で全て解いてください。二つの解の共役な関係・和と積を係数に対応させ、両方を元の式へ代入して確かめます。正しい同値な根号の形も認めます。

解答・確認の観点：$D=36-60=-24$から$x=(6\pm2i\sqrt{6})/6=1\pm(\sqrt{6}/3)i$。和2、積$1+6/9=5/3$。各二乗は$1/3\pm(2\sqrt{6}/3)i$なので、元は$1\pm2\sqrt{6}i-6\mp2\sqrt{6}i+5=0$。生徒の両方の解と式と計算過程・係数を見る。

C7・C8：全計算と共役の条件

C7. 実数係数の多項式$F(x)=x^3-x^2-x-15$について、$F(x)=0$に$-1+2i$を代入し、解であることを確かめてください。共役な解もある理由を示し、二つの解から二次因数を作って、残りの因数と$F(x)=0$の全ての複素数の解を求めてください。元の式に代入して確かめてください。

解答・確認の観点：$(-1+2i)^2=-3-4i$、三乗$11-2i$。$F=11-2i+3+4i+1-2i-15=0$。実数係数だから$-1-2i$も解。二次因数x^2+2x+5で$F=(x-3)(x^2+2x+5)$。全解$3,-1\pm2i$。生徒の実際の代入・条件・すべての因数と展開を見る。

C8. aを$-3,0,2$から、bを$1,3$から、cを$-2,5$から一つずつ選びます。$a\pm bi$を解にもつ、x^2の係数が1の実数係数の二次方程式を作ってください。その左辺に$x-c$を掛けた三次式$F(x)$を展開してください。$F(x)=0$の全ての複素数の解、共役な二つの解がある理由、二次方程式に実数でない解を代入した確認、$F(0)$を書いてください。12通り全てを調べる必要はありません。

解答・確認の観点：作例$a=0,b=3,c=5$は二次式x^2+9、$F=(x-5)(x^2+9)=x^3-5x^2+9x-45$。全解$5,\pm3i$。二次式で$(3i)^2+9=0$、$F(0)=-45$。一般に二次式$x^2-2ax+a^2+b^2$、三次式$x^3-(2a+c)x^2+(a^2+b^2+2ac)x-c(a^2+b^2)$。$b>0$なので非実数の二つの解と実数$c$は異なる。生徒の別の正しい一例を認める。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学II：複素数の四則と実数係数の方程式（冊子54・56/PDF66・68）— https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=68