同じ比でも、内側と外側の位置を分ける

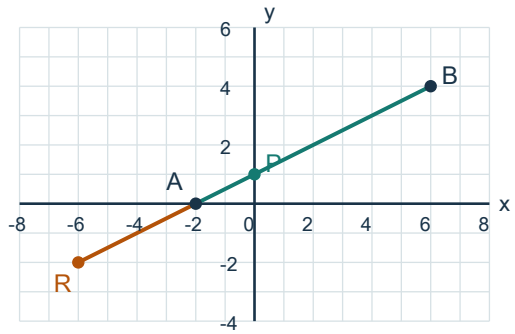
考える手がかり

異なる二点A(−2,0),B(6,4)を、AP:PB=1:3に分けます。内分点はP=(3A+B)/4=(0,1)。外分点はR=(B−3A)/(1−3)=(−6,−2)で、Aの外側です。

AB=4√5、AP=√5、PB=3√5。外側ではAR=2√5、RB=6√5で、どちらも指定した順の比は1:3です。点の位置と、どちらから測った比かを一緒に残します。

自分で図へ点を置き、全座標と距離を元の比へ戻します。内分の重みを逆にしたり、外分でも分母m+nを使ったりしません。1:1の外分点は、異なる二点の直線上には有限の点として存在しません。

編集できる同じ単位の軸· 内分と外分



AP:PB = 1:3

AR:RB = 1:3

Pは内部

RはAの外側

A(−2,0) / B(6,4)

P(0,1) / R(−6,−2)

両軸は同じ単位。図の線と文字は編集できます。

自分の図と式でたしかめる

自分で別の二点と比を選んだら、Aからの比の順を図へ書きます。

点が線分の内側か外側かと、全座標· 距離の比を両方確かめます。

与えられた見本と、自分で作った図や計算を分けて記録します。

座標図· 内外の位置· 比と全計算

傾きで割れない場合も、二点の式に戻す

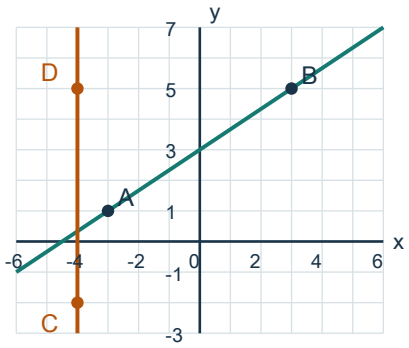
考える手がかり

A(−3,1),B(3,5)では、傾き4/6=2/3から2x−3y+9=0です。Aの代入は−6−3+9=0、Bは6−15+9=0。0でない定数倍の式も同じ直線として認めます。

C(−4,−2),D(−4,5)はxの差が0で、傾きの商は定義できません。二点式は7(x+4)−0(y+2)=0となり、x=−4です。全ての直線をy=ax+bの形だけへ押し込みません。

一般の二点式$(y_2-y_1)(x-x_1)-(x_2-x_1)(y-y_1)=0$は、異なる二点なら使えます。Ax+By+C=0ではA,Bが同時に0でない条件を残し、式の全係数と元の二点へ戻します。

編集できる二点と直線· 垂直な直線



2x−3y+9=0

A(−3,1), B(3,5)

x=−4

C(−4,−2), D(−4,5)

後の二点は Δx=0

全係数を同じ0でない数で倍しても同じ直線。

傾きの割り算ができなくても、直線の式は作れる。

自分の図と式でたしかめる

自分で二点の差をそろえ、一般の式へ全て対応させます。

二点のx座標が同じ場合も、0で割らずに式を作ります。

同じ方向だけで一致とはせず、定数項と通る点も見ます。

二点式· 全係数· 全ての代入

足が直線上で垂直か、距離へ戻して確かめる

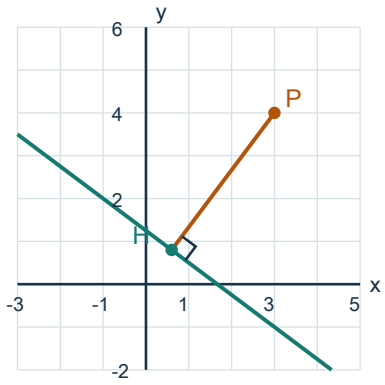
考える手がかり

P(3,4)と直線3x+4y−5=0の距離は|9+16−5|/5=4。足Hは、Pを通る垂直な直線4x−3y=0との連立でH(3/5,4/5)です。

Hを元の直線へ代入すると9/5+16/5−5=0。PHの差は12/5,16/5なので長さは4です。直線の傾き−3/4とPHの傾き4/3の積は−1で、直線上の別の点を足とはしません。

距離の公式は|Ax₀+By₀+C|/√(A²+B²)。絶対値とA,Bが同時に0でない条件を残します。垂直· 水平な直線にも使えます。自分の図· 全座標· 垂直の理由と計算を手動で確認します。

編集できる直線· 垂線の足· 距離



P(3,4)

3x+4y−5=0

H(3/5,4/5)

PH = 4

Hは直線上 / PHは垂直

距離 = |9+16−5|/5 = 4

二点間でも √((12/5)²+(16/5)²) = 4

自分の図と式でたしかめる

自分で足を連立から求め、元の直線へ実際に代入します。

垂直の条件を示し、二点間の距離と公式を比べます。

図に印があることだけを自分の理由や証明の代わりにはしません。

足の全座標· 垂直· 二通りの距離

C1· C2：座標図と全ての条件

C1. A(−4,−1),B(2,7)を、自分で同じ単位の直交座標平面へ描いてください。横· 縦の差を補助線に対応させ、ABと中点Mの全座標を求めます。AMとBMも計算し、位置と長さから中点を確かめます。

解答· 理由を書く

C1：座標図· 式と計算過程· 条件と検算

C2. A(1,−3),B(9,1)をAP:PB=3:1に内分するPと、AR:RB=3:1に外分するRを、自分で全座標で求めてください。同じ座標図へ四点を描き、各距離の比と内外の位置を確かめます。

解答· 理由を書く

C2：座標図· 式と計算過程· 条件と検算

C3· C4：座標図と全ての条件

C3. A(−3,2),B(6,5)をAP:PB=2:1に内分する問題で、友達はP(0,3)としました。正しい点と友達の点の両方の距離比を計算し、座標図と重みの対応から説明を直してください。

解答· 理由を書く

C4. A(−1,−2),B(5,1)の直線と、C(−2,1),D(−2,6)の直線の方程式を求め、全四点を代入してください。一般の二点式も示し、後の二点では傾きの商を使えない理由を説明します。

解答· 理由を書く

C3：座標図· 式と計算過程· 条件と検算

C4：座標図· 式と計算過程· 条件と検算

C5· C6：座標図と全ての条件

C5. 直線4x−3y+6=0にはP(0,2),Q(−3,−2)があります。友達は「両辺を−2倍すると−8x+6y+6=0で同じ直線」としました。正しい式と計算過程へ直し、二点を元· 友達· 修正後の三つの式へ実際に代入して理由を説明します。

解答· 理由を書く

C6. l:2x+5y−3=0に対し、m:4x+10y−9=0とn:−6x−15y+9=0を、自分で平行で異なる場合と一致する場合に分けてください。さらにP(−1,2)を通りlに垂直な直線を求め、係数の条件と元の点で確かめます。

解答· 理由を書く

C5：座標図· 式と計算過程· 条件と検算

C6：座標図· 式と計算過程· 条件と検算

C7・C8：座標図と全ての条件

C7. P(5,1)から直線4x+3y−3=0への垂線の足Hを、自分で垂直な直線との連立で求めてください。Hの全座標・元の直線上の条件・垂直の理由を示し、二点間の距離と点・直線の距離の公式を全計算で比べます。

解答・理由を書く

C8. aを−3,0,2から、bを−2,1から、tを1,3から一つずつ選びます。A(a,b),B(a+4t,b+3t)の座標図・ABの長さ・直線の式を作り、AP:PB=2:1の内分点PとAR:RB=2:1の外分点Rの全座標を求めて位置を確かめます。C(a+3,b−4)からの距離を求め、足がAとなる理由とCAでも確認します。全12条件を解く必要はありません。

解答・理由を書く

C7：座標図・式と計算過程・条件と検算

C8：座標図・式と計算過程・条件と検算