円と接線：円の方程式・接点・共有点

講師用メモ・バージョン 3

生徒の平方完成と正の半径、円上という条件、接線が指定点を通ること、半径への垂直と非負の中心距離を分けます。共有点は元の二つの式へ全て代入し、距離と判別式が同じ個数になるかを見ます。C7の二つの友達の誤りを、方向・通過点・円上の条件から区別し、外点からの二接線の導出は必須にしません。同値な式・根号・初等幾何の別解、生徒が選ぶ正しい一例を認め、全12例を課しません。講師の見本と生徒の図全体・式と計算過程、支援と未確認を分けます。実際の生徒との試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：円・直線とすべての条件

C1. 次の三つを平方完成してください。
I:$x^2+y^2+8x-4y-5=0$
II:$x^2+y^2+8x-4y+20=0$
III:$x^2+y^2+8x-4y+21=0$
実数の点の集合として円・一点・点なしを分け、平方完成した式から中心の座標と右辺の値を読み取り、半径が正になる条件を、式と理由を添えて示してください。

解答・確認の観点：共通の左辺は$(x+4)^2+(y-2)^2$、右辺は25,0,−1。Iは中心(−4,2)、半径5の円。IIは一点(−4,2)、IIIは実数の点なし。二乗の和の非負と正の半径を分ける。生徒の三つの平方完成・移項とすべての条件を見る。

C2. A(−6,−3),B(2,3)を直径の両端とする円を、自分で同じ単位の座標図と式と計算過程で求めてください。中心と正の半径を導き、両端が求めた円上にあることを実際に代入して確かめます。

解答・確認の観点：中心は中点O(−2,0)、AB=$\sqrt{(8^2+6^2)}$=10から半径5。円は$(x+2)^2+y^2=25$。Aでは$(-4)^2+(-3)^2=25$、Bでは$4^2+3^2=25$。生徒の同じ単位の図・中点と距離の半分・式と計算過程・両代入を見る。

C3・C4：円・直線とすべての条件

C3. 円$(x-3)^2+(y+2)^2=25$上のP(0,2)での接線を、自分で求めてください。Pの円上の条件、Pを通ることと半径への垂直、中心からの距離が半径となることを式と計算過程で確かめます。

解答・確認の観点：中心O(3,−2)からの差は−3,4で9+16=25。接線$-3(x-3)+4(y+2)=25$より$-3x+4y-8=0$。Pでは8−8=0、OPの傾き−4/3と接線3/4の積−1、中心距離|−9−8−8|/5=5。正しい同値な式や初等幾何の別解も認める。

C4. 中心O(2,−1)、半径3の円について、P(5,−1)とQ(2,−4)での接線を自分で求め、座標図に二つの半径と接線を描いてください。両接点が円上にあることと、接線と円の共有点がそれぞれ一つになることを、代入で確かめます。

解答・確認の観点：円は$(x-2)^2+(y+1)^2=9$。Pでは9+0=9で接線x=5、代入すると$(y+1)^2=0$。Qでは0+9=9で接線y=−4、代入すると$(x-2)^2=0$。OPは水平で接線が垂直、OQは垂直で接線が水平。生徒の両点・式と計算過程・図と両代入を見る。

C5・C6：円・直線とすべての条件

C5. 中心O(−2,1)、半径2の円に、直線$4x+3y+k=0$が接します。全ての実数kと各接点を垂線の足として求め、元の円と対応する直線へそれぞれ代入して確かめてください。距離の絶対値と正の半径を残します。

解答・確認の観点：$|-8+3+k|/5=2$から$|k-5|=10$、k=15,−5。k=15の足H(−18/5,−1/5)、k=−5の足H(−2/5,11/5)。中心からの差は(−8/5,−6/5),(8/5,6/5)で二乗の和4。直線では−72/5−3/5+15=0、−8/5+33/5−5=0。生徒の両場合・足の導出・全座標と四代入を見る。

C6. 円$(x+1)^2+(y-2)^2=25$と三直線y=5,y=7,y=8を、自分で中心距離と、代入した二次式の判別式の両方から調べてください。実数の共有点を全て求め、y=5が切り取る弦全体の長さを半弦から導きます。

解答・確認の観点：中心(−1,2)、半径5。距離3,5,6で二点・接する一点・点なし。$(x+1)^2$は16,0,−11、二次式は$x^2+2x-15=0$,$x^2+2x+1=0$,$x^2+2x+12=0$、判別式64,0,−44。共有点は(−5,5),(3,5)、(−1,7)、最後はなし。半弦4から全体8。式と計算過程・全共有点・二つの判断と半全の区別を見る。

C7・C8：円・直線とすべての条件

C7. 円$(x-2)^2+(y+1)^2=25$で、友達は「P(5,3)の半径に垂直なので$3x+4y-8=0$が接線」としました。別に外点Q(8,−1)を接点として$6(x-2)=25$も接線としました。両主張を、円上・指定点を通る条件と中心距離で調べて直してください。Pの正しい接線と、この円のy軸に平行な（縦の）接線を全て求め、各接点も示します。Qを通る二本の接線までは求めません。

解答・確認の観点：Pは差3,4で円上だが友達の直線はPで$19\neq0$、中心距離$6/5<5$。正しいPの接線は$3x+4y-27=0$でPを通り中心距離5。Qは中心距離$6>5$で円上でない。友達の$x=37/6$はQを通らず中心距離$25/6<5$で接線でもない。垂直接線は$x=-3$,$x=7$、接点は(−3,−1),(7,−1)。生徒の二つの誤り・全修正式と距離、円上と通過点の区別を見る。

C8. aを−3,0,2から、bを−2,1から、rを3,6から一つずつ選びます。中心O(a,b)、半径rの円と円上のP(a+4r/5,b−3r/5)を、同じ単位の座標図と式で表してください。Pでの接線を求め、Pが両式を満たすこと、半径への垂直と中心距離rを全計算で確かめます。全12条件を解く必要はありません。

解答・確認の観点：作例a=0,b=1,r=3なら円$x^2+(y-1)^2=9$、P(12/5,−4/5)、接線$4x-3y-12=0$。Pでは$144/25+81/25=9$、$48/5+12/5-12=0$。OPの傾き−3/4と接線4/3の積−1、中心距離$|-3-12|/5=3$。一般に接線$4x-3y-4a+3b-5r=0$、Pの差の二乗和r^2、中心の直線値$-5r$から距離r。生徒の別の正しい一例・図・式と計算過程を認め、全12例を必須にしない。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学II：円の方程式・円と直線（冊子57–58/PDF69–70）— https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=70