境界の式と、どちら側かを別に確かめる

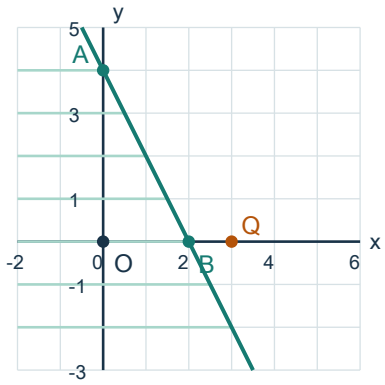
考える手がかり

2x+y≤4の境界は2x+y=4です。軸との交点はA(0,4),B(2,0)。原点では0≤4なので原点を含む側で、境界上の点も含みます。Q(3,0)は6≤4でないため入りません。

領域は第一象限だけではありません。図の斜線は表示範囲内の一部で、図枠の端を新しい境界とはしません。自分で全平面のどちら側かを、境界以外の点の代入と同値な式y≤4−2xから説明します。

両辺を−3倍した同じ領域は−6x−3y≥−12です。負の数を掛けると向きが逆になります。元が厳密な不等号なら境界を除き、自分の図では破線にするなどして、含む場合と区別します。見本の実線は≤の場合です。

編集できる境界· 代入する点· 含む側の一部



2x+y ≤ 4

境界を含む側

O(0,0) は入る

Q(3,0) は入らない

斜線は表示範囲内の一部

境界：2x+y=4 / A(0,4), B(2,0)

−3倍すると −6x−3y ≥ −12。向きも逆。

自分の図と式でたしかめる

自分で別の一次不等式を、すべての境界の式と半平面に表します。

境界の含否と、境界以外の点が入る側を別々に確かめます。

表示範囲や講師の斜線を、自分で領域全体を示した証拠にはしません。

全平面の領域· 境界と各点の代入

円周と内部、全平面での補集合を分ける

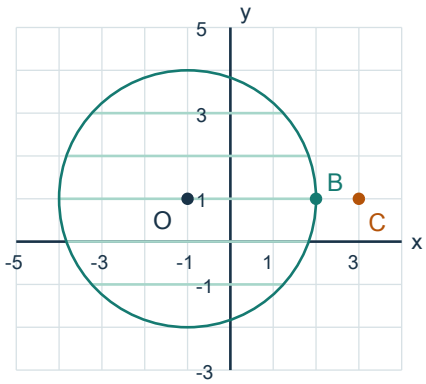
考える手がかり

$(x+1)^2+(y-1)^2 \leq 9$は、中心O(−1,1)からの距離が3以下となる円盤です。円周も内部も含みます。中心は$0 \leq 9$、B(2,1)は$9 \leq 9$で入り、C(3,1)は$16 \leq 9$で入りません。

全平面を全体とする補集合は$(x+1)^2+(y-1)^2>9$で、円周を含まない外側です。「外側なら全部≥」とはせず、元の円周がどちらに属するかを残します。

自分で中心· 正の半径と各点の距離の二乗を求め、円盤と補集合をそれぞれ図と式で示します。図の円や斜線は個別に動かせますが、他の点や式は自動更新されません。自分の新しい図· 計算を別に確認します。

編集できる円周· 内部の一部と三点



O(−1,1) / r=3

円周も内部も含む

B(2,1) は円周上

C(3,1) は外側

二乗9と半径3を分ける

$(x+1)^2+(y-1)^2 \leq 9$

補集合：$(x+1)^2+(y-1)^2 > 9$

自分の図と式でたしかめる

自分で境界上· 内部· 外部の点を元の式へ代入します。

全平面での補集合の不等号と、円周の含否を対応させます。

半径の二乗と半径を区別し、図の見た目だけで判定しません。

円盤· 補集合· 円周の含否と全代入

かつのすべての条件と、境界の線分に戻す

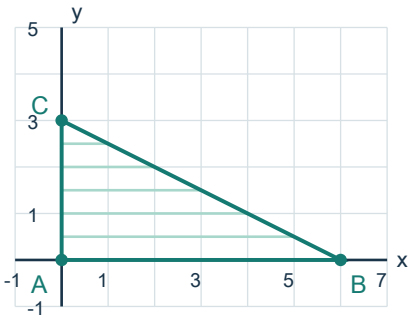
考える手がかり

x≥0、y≥0、x+2y≤6を全て満たす共通部分は、A(0,0),B(6,0),C(0,3)を頂点とする三角形の周と内部です。三つとも等号を含むので、三辺と三頂点も含みます。

境界となるのは三本の直線全体ではなく、この三角形の三辺です。例えばx=0でもy>3の点は最後の条件を満たさず、領域に入りません。各条件と、その一部となる境界を分けます。

整数点だけを数えるなら、y=0,1,2,3で整数xの個数は7,5,3,1となり計16個です。領域自体は実数の点の集合なので、この16点だけとはしません。自分の図全体· 全不等式と表へ戻して確かめます。

編集できる三辺· 頂点と共通部分の一部



x ≥ 0 かつ y ≥ 0

かつ x+2y ≤ 6

共通部分は閉じた三角形

三辺と三頂点も含む

整数点は 7+5+3+1=16

A(0,0), B(6,0), C(0,3)

実数の領域全体と、整数点16個を分ける。

自分の図と式でたしかめる

自分ですべての条件から交点と境界の含否を求めます。

共通部分を選ぶ理由を、境界と複数の点の代入で説明します。

整数点の表を作った場合も、実数の領域と区別します。

三辺· 頂点· すべての条件と整数点の表

C1· C2：領域全体· 境界と代入

C1. −x+2y≤6を満たす実数の点(x,y)の領域を、自分で同じ単位の座標図と式と計算過程で表してください。境界と両軸の交点、含む側と境界の含否を示し、原点への代入で確かめます。さらに両辺を−2倍した同じ領域の不等式を作ってください。

解答· 理由を書く

C1：領域全体· 式と計算過程· 含否と検算

C2. 3x−y<3について、友達は「境界3x−y=3を含むから(1,0)も入る」としました。全平面の領域図と式を作って直し、(0,0),(1,0),(2,0)をそれぞれ代入してください。全平面を全体とした補集合も、境界の含否とともに示します。

解答· 理由を書く

C2：領域全体· 式と計算過程· 含否と検算

C3· C4：領域全体· 境界と代入

C3. x≥0、y≥0、2x+y≤10を全て満たす領域を自分で図示し、全ての頂点と境界の含否を求めてください。その領域にある整数の点の個数を、整数xごとに許される整数yの表から求め、実数の領域全体との違いも説明します。

解答· 理由を書く

C3：領域全体· 式と計算過程· 含否と検算

C4. x>0、y≥0、x+y<4を全て満たす領域を、自分で境界の各部分と端点の含否が分かる図に表してください。(0,0),(4,0),(0,4),(2,0),(2,1),(1,3)が入るかを、全ての条件へ戻して確かめます。

解答· 理由を書く

C4：領域全体· 式と計算過程· 含否と検算

C5· C6：領域全体· 境界と代入

C5. $(x-2)^2+(y+1)^2>4$を満たす領域と、全平面での補集合を、自分で同じ単位の図と不等式に表してください。中心と正の半径、円周の含否を示し、$(2,-1),(4,-1),(5,-1)$を元の式へ代入します。

解答· 理由を書く

C5：領域全体· 式と計算過程· 含否と検算

C6. $(x+2)^2+(y-1)^2\leq 9$かつ$y\leq 1$の領域を、自分で図と全不等式に表してください。境界の弧と線分、両端点と一番下の点を求めます。中心と$(-2,2)$が入るかも、二つの条件へ実際に代入して確かめます。

解答· 理由を書く

C6：領域全体· 式と計算過程· 含否と検算

C7・C8：領域全体・境界と代入

C7. 「x≥2またはy<−1」と「x≥2かつy<−1」を自分で別々に図示してください。友達は二つとも両条件を同時に満たす部分だとしました。(0,0),(2,0),(0,−2),(2,−2)の四点を両方で調べて説明を直し、最初の「または」の領域の全平面での補集合を式と図に示します。

解答・理由を書く

C8. aを−1,1,3から、bを−2,0から、rを2,3から一つずつ選びます。(x−a)²+(y−b)²≤r²かつx≤aの領域を、同じ単位の座標図と具体的な全不等式に表してください。境界の弧と線分、上下の端点と左端を求めます。中心、中心から右へr/2の点、左端からさらに左へ1の点をすべての条件へ代入して調べます。全12条件を解く必要はありません。

解答・理由を書く

C7：領域全体・式と計算過程・含否と検算

C8：領域全体・式と計算過程・含否と検算