不等式の領域：境界・領域の側・補集合

講師用メモ・バージョン 3

生徒がすべての境界の式と、含む側を全平面で示したかを別に確かめます。境界上の点、内部と外部の点を全ての条件へ戻し、図の表示範囲を新しい境界にしません。円盤と円周、かつとまたは、全平面での補集合、有限な境界の弧・線分と端点を区別します。負の数を掛けるときは不等号の向きを逆にし、等号を含まない不等号に勝手に等号を足しません。生徒が選ぶ正しい一例・同値な式や別の説明を認め、全12例を必須にしません。見本・講師の支援と生徒の図全体・理由、未確認を分けます。実際の生徒との試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：領域全体・境界と代入

C1. $-x+2y\le 6$を満たす実数の点(x,y)の領域を、自分で同じ単位の座標図と式と計算過程で表してください。境界と両軸の交点、含む側と境界の含否を示し、原点への代入で確かめます。さらに両辺を-2倍した同じ領域の不等式を作ってください。

解答・確認の観点：境界は$-x+2y=6$、交点$(-6,0),(0,3)$。$y\le x/2+3$で境界を含む下側、原点では$0\le 6$で入る。-2倍すると$2x-4y\ge -12$。全平面で負の座標の点も含み、生徒の同値な式・境界と側の両確認を見る。

C2. $3x-y<3$について、友達は「境界$3x-y=3$を含むから$(1,0)$も入る」としました。全平面の領域図と式を作って直し、$(0,0),(1,0),(2,0)$をそれぞれ代入してください。全平面を全体とした補集合も、境界の含否とともに示します。

解答・確認の観点：$y>3x-3$で、境界を含まない上側。三点の左辺は0,3,6で、順に入る・境界なので入らない・入らない。補集合は$3x-y\ge 3$、すなわち$y\le 3x-3$で境界を含む反対側。生徒の破線などの含否表示、式と計算過程と三代入を確認する。

C3・C4：領域全体・境界と代入

C3. $x\ge 0$、$y\ge 0$、$2x+y\le 10$を全て満たす領域を自分で図示し、全ての頂点と境界の含否を求めてください。その領域にある整数の点の個数を、整数xごとに許される整数yの表から求め、実数の領域全体との違いも説明します。

解答・確認の観点：三角形の周と内部、頂点$(0,0),(5,0),(0,10)$で三辺・三頂点を含む。整数$x=0,1,2,3,4,5$の列の個数は11,9,7,5,3,1なので計36点。領域はこの36点に限らず全ての実数の点を含む。生徒の図全体・各条件・表と和を確認する。

C4. $x>0$、$y\ge 0$、$x+y<4$を全て満たす領域を、自分で境界の各部分と端点の含否が分かる図に表してください。$(0,0),(4,0),(0,4),(2,0),(2,1),(1,3)$が入るかを、全ての条件へ戻して確かめます。

解答・確認の観点：閉三角形$(0,0),(4,0),(0,4)$から、$x=0$の辺と$x+y=4$の辺を除く。底辺$y=0$は$0<x<4$の開線分だけを含み、三頂点は全て除く。点の順は入らない・入らない・入らない・入る・入る・入らない。境界となる直線全体ではなく、有限な各部分と端点を確認する。

C5・C6：領域全体・境界と代入

C5. $(x-2)^2+(y+1)^2>4$を満たす領域と、全平面での補集合を、自分で同じ単位の図と不等式に表してください。中心と正の半径、円周の含否を示し、$(2,-1),(4,-1),(5,-1)$を元の式へ代入します。

解答・確認の観点：中心$(2,-1)$、半径2。元は円周を含まない外側、補集合は$(x-2)^2+(y+1)^2\le 4$の円盤で円周も内部も含む。元の三点の左辺は0,4,9で順に入らない・境界なので入らない・入る。生徒の両図・式と計算過程、半径の二乗と半径、円周の含否を見る。

C6. $(x+2)^2+(y-1)^2\le 9$かつ$y\le 1$の領域を、自分で図と全不等式に表してください。境界の弧と線分、両端点と一番下の点を求めます。中心と$(-2,2)$が入るかも、二つの条件へ実際に代入して確かめます。

解答・確認の観点：中心(−2,1)、半径3の下半円盤。境界は円周の下半分の弧とy=1,−5≤x≤1の直径で、両端(−5,1),(1,1)を含む。最下点(−2,−2)。中心は0≤9,1≤1で入るが、(−2,2)は1≤9でも2≤1を満たさず入らない。円全体の上下を混ぜず、有限な直径と弧・各代入を見る。

C7・C8：領域全体・境界と代入

C7.「x≥2またはy<−1」と「x≥2かつy<−1」を自分で別々に図示してください。友達は二つとも両条件を同時に満たす部分だとしました。(0,0),(2,0),(0,−2),(2,−2)の四点を両方で調べて説明を直し、最初の「または」の領域の全平面での補集合を式と図に示します。

解答・確認の観点：またはは右の閉半平面と下の開半平面の和集合、かつは両者の共通部分。四点の(または,かつ)は順に(偽,偽),(真,偽),(真,偽),(真,真)。補集合はx<2かつy≥−1で、x=2は除きy=−1は含む。例えば(2,0)は最初だけに入り、友達の同一視への反例。生徒の各図・すべての条件と四点を見る。

C8. aを−1,1,3から、bを−2,0から、rを2,3から一つずつ選びます。$(x-a)^2+(y-b)^2\le r^2$かつx≤aの領域を、同じ単位の座標図と具体的な全不等式に表してください。境界の弧と線分、上下の端点と左端を求めます。中心、中心から右へr/2の点、左端からさらに左へ1の点をすべての条件へ代入して調べます。全12条件を解く必要はありません。

解答・確認の観点：作例a=1,b=0,r=2なら$(x-1)^2+y^2\le 4$かつx≤1の左閉半円盤。境界は円周の左半分の弧とx=1,−2≤y≤2の直径。端点(1,−2),(1,2)、左端(−1,0)。中心(1,0)は両条件を満たす。(2,0)は円内でもx≤1に反し、(−2,0)は9≤4でない。一般に上下端(a,b±r)、左端(a−r,b)、右の点(a+r/2,b)は半平面から除外、外点(a−r−1,b)は$(r+1)^2>r^2$で除外。生徒の別の正しい一例・図全体と各代入を認め、全12例を必須にしない。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学II：不等式の領域と図・式（冊子57–59/PDF69–71） — https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=69