加法定理：象限・定義条件・厳密値

講師用メモ・バージョン 2

生徒が角の単位・象限と必要な符号を先に残し、加法定理の全項に対応させたかを見ます。倍角と二乗、cosの和と差の符号、tanの分母と元のcosが0か、合成の二係数を分けます。一つの角での確認を全ての角の恒等式の証明とはしません。生徒の正しい同値な根号や式と計算過程・初等的別解を認め、全四条件を必須にしません。生徒の図・式と計算過程と講師の見本・支援、未確認を分け、実際の生徒との試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：式と計算過程・符号と条件

C1. αは第II象限でsinα=8/17、βは第I象限でcosβ=4/5です。単位円の符号を示す図を作り、cosαとsinβを求めます。sin(α+β)、cos(α+β)、sin(α−β)、cos(α−β)を全公式から求め、和と差の二つで$\sin^2+\cos^2=1$を確かめてください。

解答・確認の観点：cosα=−15/17、sinβ=3/5。和はsin=−13/85、cos=−84/85、差はsin=77/85、cos=−36/85。和では(169+7056)/7225=1、差では(5929+1296)/7225=1。生徒の二つの符号・単位円の座標・全四式と二つの検算を見る。

C2. 105°=60°+45°と−15°=30°−45°から、
sin105°、cos105°、
sin(−15°)、cos(−15°)を厳密値で求めてください。各式と計算過程・象限や負角の符号を示し、根号を整理します。小数だけでなく厳密値を残します。

解答・確認の観点：sin105°=(√6+√2)/4、cos105°=(√2−√6)/4、sin(−15°)=(√2−√6)/4、cos(−15°)=(√6+√2)/4。
105°は第II象限、−15°は第IV象限に対応。生徒の全公式・代入・符号と同値な根号の表記を確認する。

C3・C4：式と計算過程・符号と条件

C3. α,βは第I象限、tanα=3/4、tanβ=1/7です。tan(α+β)、tan(α−β)の分母と式と計算過程を示し、値を求めます。和のsinとcosの符号を確かめ、0<α+β<πで和の角を特定してください。

解答・確認の観点：和は(3/4+1/7)/(1−3/28)=1、差は(3/4−1/7)/(1+3/28)=17/31で、どちらの分母も0でない。和のsinは正、cosの符号も1−3/28>0なので第I象限。範囲とtan=1よりα+β=π/4。生徒の定義条件・符号と角の範囲を見る。

C4. 加法定理から倍角のsinとcosの二式を導き、cos2θの別の二形も示してください。
θは第IV象限、cosθ=3/5です。
sinθ、sin2θ、cos2θを求めて、倍角の二つの値の二乗和を確かめます。

解答・確認の観点：sin(θ+θ),cos(θ+θ)を展開し、sin2θ=2sinθcosθ、$\cos2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta=1-2\sin^2\theta=2\cos^2\theta-1$。
sinθ=−4/5、sin2θ=−24/25、cos2θ=−7/25で(576+49)/625=1。任意の角についての導出と、代入例での象限を確認する。

C5・C6：式と計算過程・符号と条件

C5. 全ての実数u,vについてcos(u+v)+cos(u−v)=2cosucosvを、加法定理の式と計算過程から示してください。
u=π/4,v=π/6としてcos(5π/12)+cos(π/12)の厳密値を求め、数値の一例での確認と、任意の角についての証明を区別しましょう。

解答・確認の観点：二つを展開するとcosucosv−sinusinv+cosucosv+sinusinv=2cosucosv。指定した和は2·(√2/2)·(√3/2)=√6/2。生徒の全展開・相殺と厳密値、任意の角について成り立つ式と、一組の角を代入した確認を区別する。

C6. $7\sin\theta+24\cos\theta$を$R\sin(\theta+\varphi)$へ合成してください。$R>0$、$0<\varphi<\pi/2$としてR、$\cos\varphi$、$\sin\varphi$を求め、全実数θでの展開と$\theta=0$、$\theta=\pi/2$の値で係数を確認します。φを小数へ直す必要はありません。

解答・確認の観点：$R=25$、$\cos\varphi=7/25$、$\sin\varphi=24/25$。$25\sin(\theta+\varphi)=7\sin\theta+24\cos\theta$。二つの係数は正なので$\varphi$は第I象限。$\theta=0$では24、$\theta=\pi/2$では7。生徒の二係数の対応・任意の$\theta$についての展開と、二つの代入を確かめる。

C7・C8：式と計算過程・符号と条件

C7. 友達は「$\alpha=\beta=\pi/4$だから
$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=1$、
$\tan(\alpha+\beta)$も1」としました。実際の和の角、正しい$\cos$と$\tan$の定義条件から全て直してください。別に差の角の$\cos$と$\tan$も計算し、和と差を区別します。

解答・確認の観点：和は$\pi/2$で$\cos=0$、$\tan$は定義されない。正しい和の$\cos$は$\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=1/2-1/2=0$。友達の右辺1は$\cos(\alpha-\beta)=\cos0$に当たる。差の$\tan$は$\tan0=0$。生徒の実際の角・両公式と定義、意図的な二つの誤りの修正を見る。

C8. αの条件を
A「第II象限、$\sin\alpha=5/13$」か
B「第III象限、$\sin\alpha=-7/25$」から、βの条件を
C「第I象限、$\cos\beta=15/17$」か
D「第IV象限、$\cos\beta=12/13$」から一つずつ選びます。選んだ一組を明記して不足する$\sin$・$\cos$を符号ごと求め、和と差の$\sin$・$\cos$の四つを式で表してください。二つの二乗和と、和の$\tan$の定義と値を確かめます。全四組は必須にしません。

解答・確認の観点：作例A,Dなら$\cos\alpha=-12/13$、$\sin\beta=-5/13$。和は$\sin=120/169$、$\cos=-119/169$、差は$\sin=0$、$\cos=-1$。和では$(14400+14161)/28561=1$、差でも1。和の$\cos$が0でないので$\tan=-120/119$。生徒の別の許された一組・正しい全四式と条件を認め、全四例は必須にしない。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学II：加法定理と導出・活用（冊子62–63/PDF74–75）— https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=75