指数方程式：正の値・置き換えと全ての実数解

講師用メモ・バージョン 2

生徒が正の底と、非1のときの一対一性を先に残し、指数のかっこの全体と同底変形に対応させたかを見ます。t=a^x>0とt≠0、負の候補の除外、tからxに戻す全ての解・元への代入を分けます。有限な表の点と全実数での関数の性質、底1の全実数解と正の値が0にならない解なしを区別します。生徒の同値な正しい式変形・別解を認め、全8条件を必須にしません。生徒の図・式と計算過程と講師の見本・支援、未確認を分け、実際の生徒との試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：式と計算過程・底と全実数解

C1. 正の累乗根と指数法則から、64^(−2/3)と81^(3/4)の厳密値を求めてください。負の指数と正の累乗根の意味、計算の式と計算過程を示します。方程式$z^2=81$の全実数解も別に求め、81^(1/2)の値との違いを説明します。

解答・確認の観点：64の正の3乗根は4なので64^(−2/3)=1/4²=1/16。81の正の4乗根は3なので81^(3/4)=3³=27。$z^2=81$の全実数解は±9だが、81^(1/2)は正の平方根9だけ。生徒の解・逆数と式と計算過程、二つの解と一つの値の違いを見る。

C2. 8^(x−1)=4^(x+1)の全ての実数解を求めてください。底をそろえるときの指数のかっこの全体と、一対一性の条件を示し、元の両辺への代入で確かめます。

解答・確認の観点：底2へそろえ2^(3x−3)=2^(2x+2)。底2>0,2≠1の一対一性から3x−3=2x+2、x=5だけ。元では$8^4=4^6=2^{12}=4096$。生徒の全指数と条件・全解・両代入を見る。

C3・C4：式と計算過程・底と全実数解

C3. (1/4)^(2x−1)=8^(x+1)の全ての実数解を求めてください。逆数の底と負の指数を、同じ底の式に直す計算過程を示し、元の両辺に実際に代入します。

解答・確認の観点：底2へそろえると2^(−4x+2)=2^(3x+3)。一対一性から−4x+2=3x+3、x=−1/7だけ。元に戻すと両辺とも2^(18/7)。負のxでも元の両辺の値は正。生徒の全分配・符号・一対一性と代入を見る。

C4. 4^x−6·2^x+8=0の全ての実数解を求めてください。置き換える数と範囲、二次式の全解からxに戻す過程と、元の式への各代入を示します。

解答・確認の観点：t=2^x>0と置くと$t^2-6t+8=(t-2)(t-4)=0$。両方が正なのでx=1,2。元では4−12+8=0、16−24+8=0。一対一性から他の実数解はない。生徒のtとxの区別・二つの解と代入を見る。

C5・C6：式と計算過程・底と全実数解

C5. 9^x+8·3^x−9=0の全ての実数解を求めてください。置き換えた二次式の全解を調べ、0以下の候補が元へ戻せるかを指数関数の値の範囲から説明します。

解答・確認の観点：t=3^x>0で$t^2+8t-9=(t-1)(t+9)=0$。t=−9は正でないので除き、t=1からx=0だけ。元で1+8−9=0。生徒の負の候補の除外理由・xに戻す全解と代入を見る。

C6. 3^x+3^(−x)=10/3の全ての実数解を求めてください。逆数の式と置き換えの範囲、分母を払う条件を示し、各xを元の式で確かめます。

解答・確認の観点：t=3^x>0、3^(−x)=1/t。3tを掛けて$3t^2-10t+3=(3t-1)(t-3)=0$。t=1/3,3は正なのでx=−1,1。元ではどちらも1/3+3=10/3。一対一性から他にない。生徒の0でない条件・二つの解と元への代入を見る。

C7・C8：式と計算過程・底と全実数解

C7. 友達は1^(x−1)=1^(2x+3)で「指数を等しくしてx=−4だけ」としました。底1の性質と元の式から全実数解を求めて説明を直してください。別に2^x=0の全実数解も調べ、二つの解集合の違いを示します。

解答・確認の観点：底1では両辺とも全ての実数xで1なので、最初は全実数が解。x=−4も入るがそれだけではない。底1に一対一性を使うのが誤り。後は2^x>0なので実数解がなく空集合。生徒の全実数・一つの値・解なしの区別と全体の理由を見る。

C8. aを2,3から、pを−1,2から、qを0,1から一つずつ選びます。
a^(2x)−(a^p+a^q)a^x+a^(p+q)=0
の具体式を作り、t=a^xの範囲・因数分解と全実数解、元への各代入を示してください。8通り全てを調べる必要はありません。

解答・確認の観点：作例a=2,p=2,q=0なら4^x−5·2^x+4=0。t=2^x>0で(t−4)(t−1)=0、x=2,0。元で16−20+4=0、1−5+4=0。一般に(t−a^p)(t−a^q)=0からx=p,q。ここではp,qが異なるので二つの解。生徒の別の許された三数・具体式と全解、各代入も認める。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学II：指数の拡張と指数関数（冊子59–61/PDF71–73） — https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=72